



**SAPIENZA**  
**UNIVERSITÀ DI ROMA**

*FACOLTA' DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE, INFORMATICA E STATISTICA*

*Corso di laurea in Ingegneria Elettronica*

---

TESI di LAUREA in ANTENNE

***SIMULAZIONI DI PRESTAZIONI DI SISTEMI RADAR A  
MICROONDE MEDIANTE MATLAB***

**Laureando**

Paolo De Santis

**Relatore**

Prof. Frank S. Marzano

*Anno Accademico 2013-2014*

# INDICE

<b>1. Introduzione</b>	
1.1 Contesto di interesse e definizione delle bande di frequenze	p.4
1.2 Obiettivi e sommario dei capitoli di tesi	5
<b>2. Fondamenti di sistemi radar e applicazioni alla meteorologia</b>	
2.1 Misurazioni di distanza	6
2.2 La frequenza Doppler	8
2.3 L'equazione radar	10
2.4 Rilevamento dell'obiettivo in presenza di rumore	12
2.5 Effetti della superficie terrestre sull'equazione dei radar	14
2.6 Radar meteorologico	16
2.7 Caratterizzazione delle nubi e delle precipitazioni	16
2.7.1 Elementi di fisica delle nubi	17
2.7.2 Elementi di fisica delle precipitazioni	18
2.8 Diffusione e assorbimento da idrometeore	19
2.8.1 Soluzione al problema di diffusione per particelle sferiche omogenee – Mie (1908)	19
2.8.2 Approssimazione di Rayleigh	21
2.8.3 Coefficienti di diffusione e assorbimento	22
2.9 Distribuzione delle dimensioni delle idrometeore	22
2.10 Fattore di riflettività radar	23
2.11 L'attenuazione atmosferica	24
2.12 Equazione del radar meteorologico	27
2.12.1 Equazione per diffusore singolo	27
2.12.2 Equazione per diffusori distribuiti volumetricamente	28
<b>3. Filtro adattato e funzioni di ambiguità</b>	
3.1 Il filtro adattato	30
3.1.1 SNR in uscita	30
3.1.2 Valor medio e varianza dell'uscita	32
3.1.3 Formula generale per il segnale in uscita	33
3.2 Risoluzione di una forma d'onda e ambiguità	33
3.2.1 Campo di risoluzione	34
3.2.2 Risoluzione in frequenza	35
3.2.3 Risoluzione in frequenza e campo di risoluzione combinati	35
3.3 Incertezza sulle misure	36
3.3.1 Incertezza sul range	36
3.3.2 Incertezza sulla frequenza Doppler	37
3.3.3 Effetto combinato dell'incertezza sulla frequenza Doppler e sul range	38
3.4 La funzione di ambiguità – forme d'onda analogiche	39
3.4.1 Singolo impulso	40
3.4.2 Singolo impulso con LFM	40
3.4.3 Treno di impulsi coerenti	41
3.4.4 Treno di impulsi coerenti con LFM	42

<b>4.</b>	<b>Simulatore di prestazioni di sistemi radar</b>	
4.1	Architettura del simulatore	44
4.1.1	Parametri indipendenti e tipi di simulazione	44
4.1.2	Organizzazione del simulatore	45
4.2	Implementazione del simulatore mediante GUI	47
4.2.1	Pannello principale per la scelta del parametro da simulare	48
4.2.2	Pannelli di controllo e settaggio degli inputs	49
4.3	Esempi di simulazioni per un sistema radar meteo in banda X	53
4.3.1	Sistema mini-radar HYDRORAD	53
4.3.2	Parametri principali del sistema radar e simulazioni	54
4.3.3	Commenti	58
<b>5.</b>	<b>Conclusioni ed eventuali progetti futuri</b>	
5.1	Commento finale sul lavoro svolto	59

**Bibliografia**

**Ringraziamenti**

**Legenda degli acronimi**

# INTRODUZIONE

## 1.1 Contesto di interesse e definizione delle bande di frequenze

La sigla Radar è l'acronimo di Radio Detection and Ranging. I sistemi radar sono usati sia per applicazioni commerciali che militari, come controllo del traffico aereo, mappatura del territorio e possono essere posizionati a bordo di navi, missili, stazioni di terra.

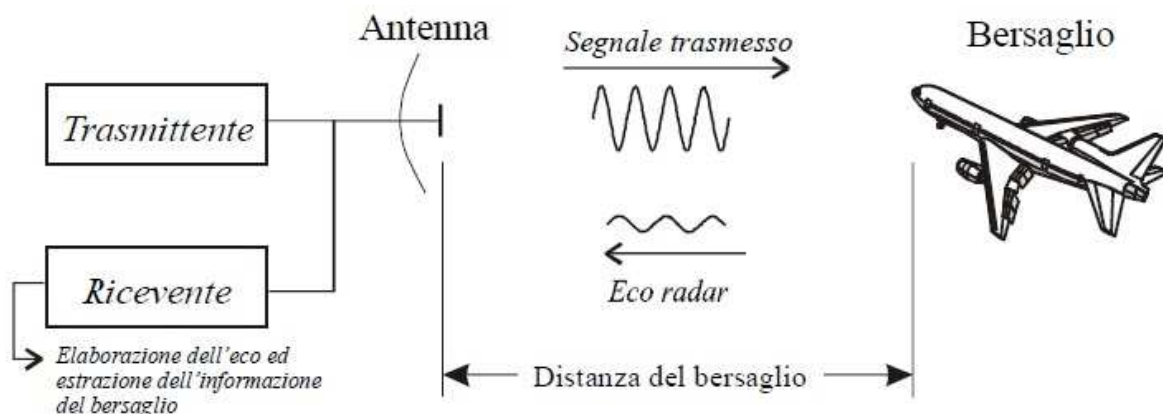
I sistemi radar trasmettono onde elettromagnetiche. Le onde riflesse possono essere rilevate dal ricevitore radar. La frequenza di lavoro usata da un radar dipende dalla sua applicazione. Le bande utilizzate sono riportate in tabella 1.1.

Denominazione della banda	Frequenza (GHz)	Lunghezza d'onda (cm)
<b>mm</b>	40 - 100	0,75 – 0,30
<b>Ka</b>	26,5 - 40	1,1 – 0,75
<b>K</b>	18 – 26,5	1,7 – 1,1
<b>Ku</b>	12,5 - 18	2,4 – 1,7
<b>X</b>	8 – 12,5	3,75 – 2,4
<b>C</b>	4 - 8	7,5 – 3,75
<b>S</b>	2 - 4	15 – 7,5
<b>L</b>	1 - 2	30 – 15
<b>UHF</b>	0,3 - 1	100 – 30

**Tabella 1.1** – Bande di frequenza dei radar.

Il tipo di banda utilizzata varia a seconda delle applicazioni richieste. Radar aerei operano tra la banda L e la banda Ka. Radar che necessitano di un rilevamento a distanza ravvicinata, ad esempio su un elicottero, operano a frequenze millimetriche. Radar che invece operano a grandi distanze da stazioni a terra lavorano nella banda delle UHF o a frequenze minori, grazie alla possibilità di avere antenne molto grandi ed al fatto di essere soggetti ad un'attenuazione atmosferica e ad un rumore minori.

L'obiettivo di questo scritto è illustrare il funzionamento e i parametri fondamentali sui quali si basano i sistemi radar, osservandone, tramite strumenti elettronici, le variazioni di prestazioni a seconda della frequenza di lavoro, delle condizioni atmosferiche e delle caratteristiche dei sistemi elettronici che li compongono.



**Figura 1.1** – Illustrazione del principio di funzionamento di un sistema radar.

## 1.2 Obiettivi e sommario dei capitoli

Il *Capitolo 2* può essere visto essere composto da due parti principali. Nella prima parte viene fornita una panoramica sui sistemi radar, introducendo i principali parametri che vengono usati nelle misurazioni radar, andando poi a considerare gli effetti di eventuali variazioni in quest' ultimi. Vengono quindi introdotte le formule per la misurazione di distanza di un bersaglio e della sua frequenza Doppler, il concetto di risoluzione, l'Equazione dei Radar, l'influenza della sezione trasversale del bersaglio sul campo di retrodiffusione. In seguito vengono considerati i tipi di rumori presenti fuori e dentro il sistema e il loro effetto sulle misure precedentemente descritte: vengono quindi introdotte le definizioni di probabilità di falso allarme e di detezione e derivate formule per esse.

Nella seconda parte si introduce il concetto di radar in meteorologia.

A tal scopo, vengono approfonditi gli effetti che l'atmosfera terrestre e le particelle che la compongono hanno sulle operazioni dei radar. In particolar modo, vediamo in che modo le nubi e le precipitazioni interagiscono con la propagazione delle onde elettromagnetiche, introducendone i fattori di attenuazione e assorbimento. Si fa riferimento, inoltre, a quello che è il principio di funzionamento di un radar meteorologico, derivando espressioni analitiche per il calcolo della potenza ricevuta.

Nel *capitolo 3* in un primo momento viene posta l'attenzione sull'apparato ricevente di un sistema radar; in particolare viene analizzato il filtro adattato discutendo il ruolo fondamentale che svolge nel generico sistema di comunicazione e derivando formule per il calcolo del segnale alla sua uscita.

Fatto ciò, si approfondisce il concetto di risoluzione introdotto nel capitolo 1, sia in termini di distanza che in termini di frequenza Doppler, introducendo le funzioni di ambiguità.

Esse possiedono particolari proprietà e, inoltre, possono fornire informazioni sulla forma d'onda da utilizzare nello specifico sistema radar.

Nel *Capitolo 4* presentiamo il simulatore di prestazioni per sistemi radar a microonde, *sim\_radar.m*, nel quale vengono inseriti gli elementi essenziali della teoria svolta nei capitoli precedenti.

Viene dapprima mostrata la struttura e i blocchi fondamentali che ne fanno parte, discutendo cosa si può e cosa non si può simulare, quali sono i suoi limiti e i suoi punti di forza, ecc.

Proseguendo, si mostra la sua realizzazione attraverso l'ambiente di calcolo MATLAB (Matrix Laboratory) discutendo i componenti fondamentali che ne fanno parte e il loro utilizzo.

Infine, come applicazione, viene simulato un sistema radar meteorologico reale andando ad inserire nel simulatore i parametri principali che lo caratterizzano e analizzando i risultati ottenuti.

## CAPITOLO 2

# FONDAMENTI DI SISTEMI RADAR E APPLICAZIONI ALLA METEOROLOGIA

### 2.1 Misurazioni di distanza

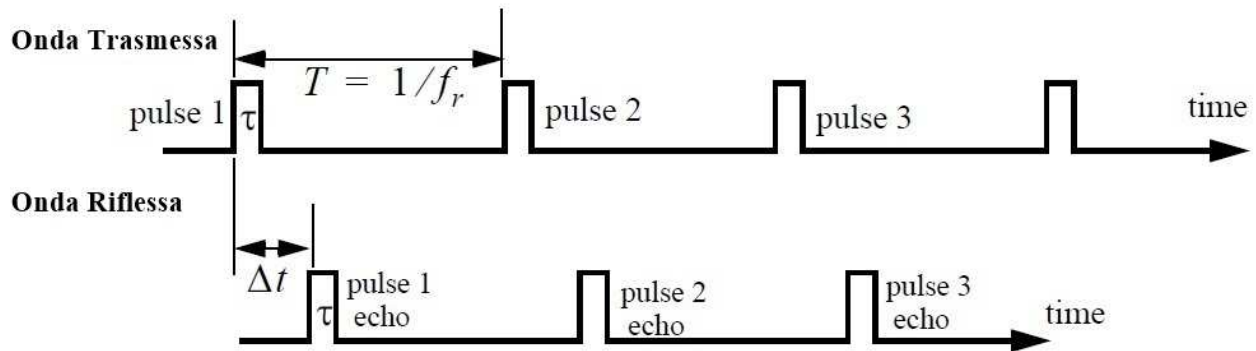
Consideriamo un sistema radar che trasmette una sequenza periodica di impulsi quadrati, dove con  $T$  indichiamo il periodo e con  $\tau$  la larghezza di ognuno di essi. Il periodo è definito come Pulse Repetition Interval PRI (Intervallo di Ripetizione dell'Impulso), mentre l'inverso del PRI è chiamato Pulse Repetition Frequency PRF (Frequenza di Ripetizione dell'Impulso), indicato dal simbolo  $f_r$ .

Se la potenza di picco trasmessa ad ogni impulso è  $P_t$ , allora la potenza media trasmessa su un intero periodo è

$$P_{av} = P_t \times \frac{\tau}{T} \quad (2.1)$$

L'energia dell'impulso è  $E_x = P_t \tau = P_{av} T = P_{av} / f_r$ .

La Fig. 2.1 rappresenta rispettivamente la sequenza di impulsi trasmessi e la sequenza di impulsi rimessi da un obiettivo a distanza  $R$ .



**Figura 2.1** – Treno di impulsi trasmessi e ricevuti.

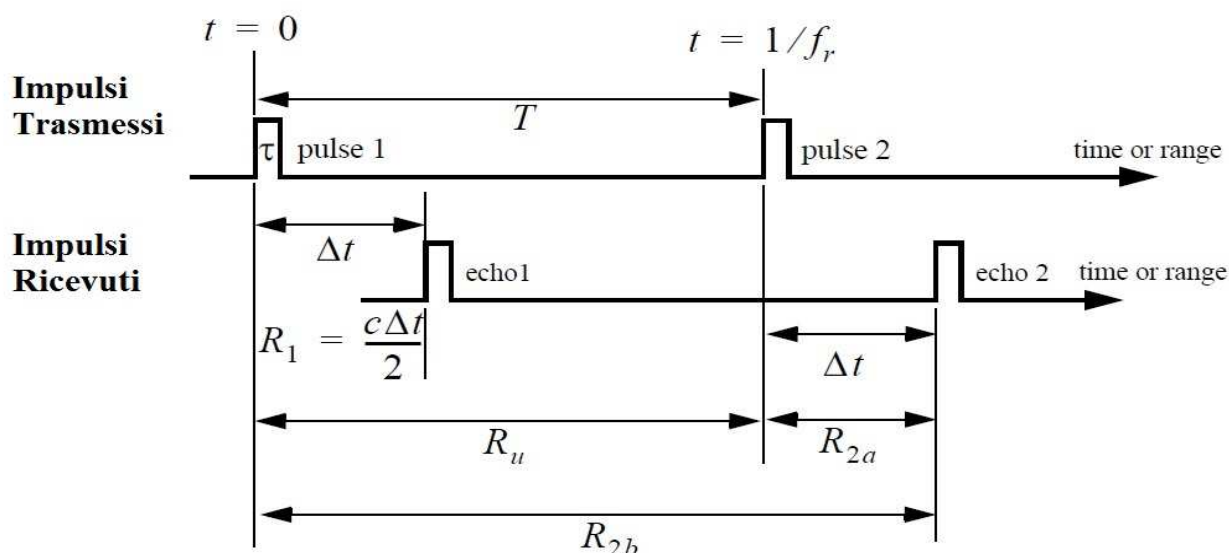
Misurando il tempo di ritardo  $\Delta t$ , il ricevitore radar può determinare la distanza dell'obiettivo :

$$R = \frac{c \Delta t}{2} \quad (2.2)$$

Dove:  $c = 3 \times 10^8$  m/s è la velocità della luce e il fattore 2 tiene conto del percorso nei due versi di andata e ritorno del ritardo.

La distanza corrispondente al ritardo complessivo nei due versi,  $\Delta t = T$ , è chiamata range non ambiguo  $R_u$ .

Riprendiamo in considerazione la prima figura, stavolta evidenziando i tempi di ritardo e le distanze corrispondenti (Fig.2.2):



**Figura 2.2** – Ambiguità del range.

Echo 1 rappresenta il segnale di ritorno al radar da un oggetto a distanza  $R_1 = c\Delta t/2$ , dovuto all'impulso trasmesso 1. Echo 2 potrebbe essere interpretato sia come segnale di ritorno dallo stesso oggetto, sia come segnale di ritorno da un oggetto più lontano a distanza  $R_2$ , ma dovuto allo stesso impulso trasmesso 1. Abbiamo quindi:

$$R_{2a} = c\Delta t/2 \quad \text{o} \quad R_{2b} = c(T + \Delta t)/2 \quad (2.3)$$

L'ambiguità del range è dunque associata al secondo echo. Ne segue che una volta trasmesso un impulso, il radar deve attendere un certo intervallo di tempo, che consenta di ricevere il segnale di ritorno da bersagli posti alla massima distanza che risulta essere ancora non ambigua, prima di emettere un successivo impulso.

Questa distanza massima deve corrispondere a:

$$R_u = c \frac{T}{2} = \frac{c}{2f_r} \quad (2.4)$$

Denominiamo con  $\Delta R$  il **campo di risoluzione**, ovvero la grandezza con la quale si misura la capacità di un radar di distinguere come oggetti diversi due bersagli vicini tra loro.

I sistemi radar sono in genere progettati per lavorare tra un range minimo  $R_{min}$  e uno massimo  $R_{max}$ . La distanza tra  $R_{min}$  e  $R_{max}$  lungo la linea di vista del radar è divisa in  $M$  sezioni di larghezza  $\Delta R$ .

$$M = \frac{R_{max} - R_{min}}{\Delta R} \quad (2.5)$$

Due bersagli vicini, distanziati tra loro di  $\Delta R$ , sono perfettamente identificati.

E' possibile ottenere un'esatta espressione di  $\Delta R$ . Detta  $\tau$  la larghezza dell'impulso si può dimostrare che<sup>1</sup>

$$\Delta R = \frac{c\tau}{2} = \frac{c}{2B} \quad (2.6)$$

con  $B = 1/\tau$ .

<sup>1</sup> Per la dimostrazione vedere: *Radar Signal Analysis and Processing using Matlab*, Bassem R. Mahafza, Cap. 1, 2009, CRC Press Taylor and Francis Group, Boca Raton (FL).

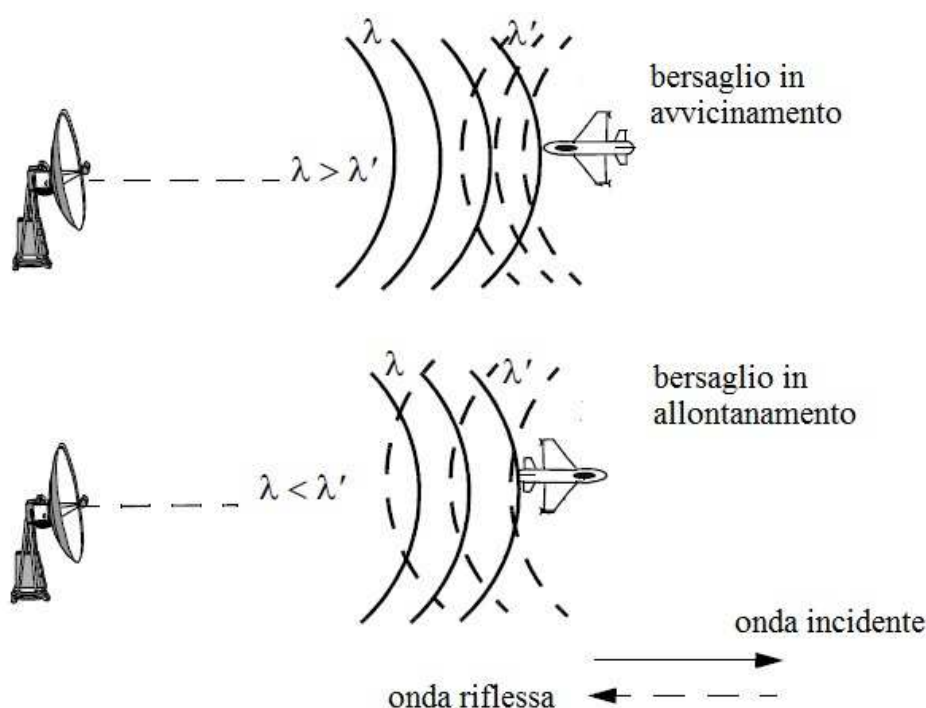
Al fine di ottenere un campo di risoluzione  $\Delta R$  buono, bisogna minimizzare la larghezza dell'impulso. Fare ciò vorrà dire ridurre la potenza media trasmessa e aumentare la larghezza di banda.

Possiamo ottenere un buon campo di risoluzione, mantenendo comunque un'adeguata potenza media trasmessa, utilizzando le cosiddette *tecniche di compressione dell'impulso*<sup>2</sup>.

## 2.2 La frequenza Doppler

I radar utilizzano la frequenza Doppler per estrarre la velocità radiale<sup>3</sup> di un bersaglio, così da distinguere tra bersagli od oggetti in movimento o stazionari. L'effetto Doppler descrive lo spostamento della frequenza centrale di un'onda incidente dovuto al movimento di un bersaglio rispetto alla sorgente radiante. A seconda della direzione di moto del bersaglio, questo spostamento può essere positivo o negativo.

Un'onda incidente su un bersaglio ha superfici equifase separate da  $\lambda$ , lunghezza d'onda. Un bersaglio in avvicinamento fa sì che le superfici equifase dell'onda riflessa si avvicinino tra loro (minore lunghezza d'onda). Viceversa accade per un bersaglio che si allontana dalla sorgente.



**Figura 2.3** – Effetto del moto del bersaglio sulla lunghezza d'onda.

Assumiamo di trovarci nella situazione di bersaglio in avvicinamento con velocità radiale  $v$ . Detta  $R_0$  la distanza del bersaglio dal radar all'istante  $t_0$ ; la distanza a cui si troverà in un generico istante  $t$  è

$$R(t) = R_0 - vt \quad (2.7)$$

Se per l'onda trasmessa dal radar abbiamo un segnale del tipo

$$x(t) = A \cos(2\pi f_0 t) \quad (2.8)$$

dove  $f_0$  è la frequenza centrale di lavoro, segue che il segnale ricevuto sarà del tipo

<sup>2</sup> Per approfondimenti si consulti : G. Galati, 1993, *Advanced radar techniques and systems*, Peter Peregrinus Ltd., on behalf of the Institution of Electrical Engineers, London.

<sup>3</sup> Per velocità radiale si intende la componente di velocità del bersaglio lungo la linea di vista del radar.



$$x_r(t) = x \left( t - \frac{2}{c} R(t) \right) \quad (2.9)$$

Sostituendo l'Eq. (2.7) e l'Eq. (2.8) nell'Eq. (2.9), otteniamo:

$$x_r(t) = A_r \cos \left[ 2\pi \left( f_0 t - f_0 \frac{2R_0}{c} + \frac{2f_0 v t}{c} \right) \right] \quad (2.10)$$

dove  $A_r$  è una costante. Il termine di fase

$$\Psi_0 = 2\pi f_0 \frac{2R_0}{c} \quad (2.11)$$

è usato per determinare posizione iniziale del bersaglio,  $2f_0 v/c$  rappresenta invece un spostamento di frequenza dovuto alla velocità dell'oggetto.

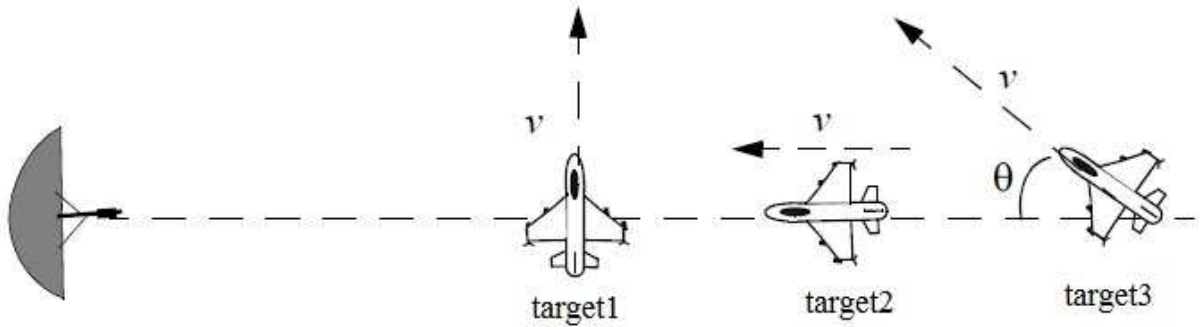
La frequenza Doppler è data da (segno  $-$  se l'oggetto si allontana):

$$f_d = \frac{2f_0 v}{c} = \frac{2v}{\lambda} \quad (2.12)$$

dove  $\lambda$  è la lunghezza d'onda ( $\lambda = c/f_0$ ).

In generale la frequenza Doppler del bersaglio dipende dalla velocità radiale di quest'ultimo.

Con riferimento alla Fig. 2.4 :



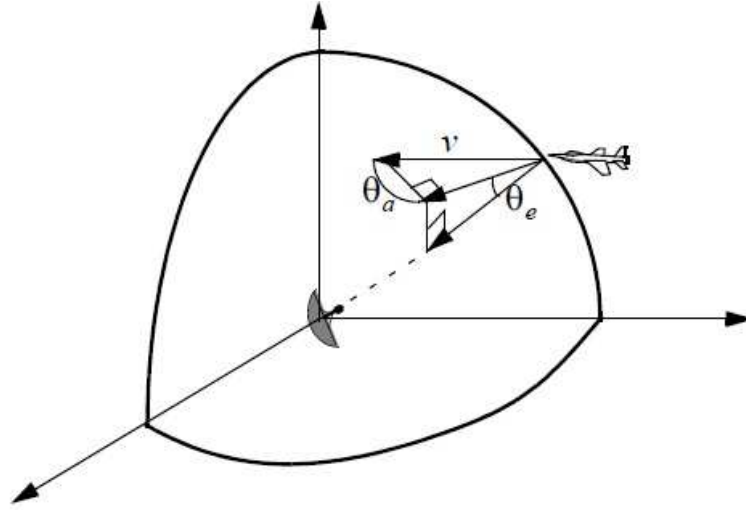
**Figura 2.4** – Frequenza Doppler in relazione alla direzione di moto del bersaglio

essa sarà pari a  $v \cos \theta$ , con  $\theta$  angolo tra linea di vista del radar e l'obiettivo.

Possiamo dunque generalizzare l'espressione per la frequenza Doppler:

$$f_d = \frac{2v}{\lambda} \cos \theta \quad (2.13)$$

con  $\cos \theta = \cos \theta_a \cos \theta_e$ , dove  $\theta_a$  e  $\theta_e$  sono rispettivamente l'angolo azimutale e l'angolo di elevazione.



**Figura 2.5** – La componente della velocità lungo la linea di vista del radar è funzione degli angoli  $\theta_a$  e  $\theta_e$ .

## 2.3 L'equazione Radar

Consideriamo un radar costituito da un'antenna isotropica. Possiamo quindi esprimere la densità di potenza di picco in qualunque punto dello spazio irradiata a distanza  $R$  come:

$$P_D = \frac{\text{Potenza di picco trasmessa}}{\text{superficie di una sfera}} = \frac{P_t}{4\pi R^2} \quad \frac{\text{watts}}{\text{m}^2} \quad (2.14)$$

I sistemi radar utilizzano solitamente antenne direzionali per incrementare la densità di potenza in una certa direzione. Una tale antenna è caratterizzato un guadagno  $G$  e dall'apertura effettiva d'antenna  $A_e$ . Risulta:

$$G = (4\pi A_e)/\lambda^2 \quad (2.15)$$

dove  $\lambda$  è la lunghezza d'onda e  $A_e = \rho A$  ( $A$  apertura fisica dell'antenna e  $0 \leq \rho \leq 1$ ).

Il guadagno è legato inoltre alla larghezza del lobo sui piani azimutale e di elevazione come segue

$$G = K \frac{4\pi}{\theta_e \theta_a} \quad (2.16)$$

dove  $K \leq 1$  e dipende dalla forma fisica dell'apertura;  $\theta_a$  e  $\theta_e$  sono le larghezze, in radianti, del lobo sui piani azimutale e di elevazione.

La densità di potenza irradiata a distanza  $R$  da un'antenna direttiva con guadagno  $G$  è data da:

$$P_D = \frac{P_t G}{4\pi R^2} \quad (2.17)$$

Quando l'energia irradiata da un radar incide su un bersaglio, quest'ultimo è sede di correnti indotte e a sua volta irradia energia elettromagnetica in tutte le direzioni. L'ammontare di energia re-irradiata è funzione di vari parametri conglobati in uno specifico del bersaglio, chiamato sezione trasversale radar (Radar Cross Section – RCS)<sup>4</sup> e indicato dal simbolo  $\sigma$ .

<sup>4</sup> Per approfondimenti si consulti: *Radar Signal Analysis and Processing using Matlab*, Bassem R. Mahafza, Cap. 1, 2009, CRC Press Taylor and Francis Group, Boca Raton (FL).

La sezione trasversale radar è definita come il rapporto tra la potenza rimessa nella direzione del radar e la densità di potenza trasmessa incidente sul bersaglio

$$\sigma = \frac{P_r}{P_D} m^2 \quad (2.18)$$

La potenza totale che giunge al ricevitore del radar, tenendo conto dell'Eq. (2.15) è

$$P_r = \frac{P_t G \sigma}{(4\pi R^2)^2} A_e = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4} \quad (2.19)$$

Chiamiamo  $S_{min}$  la minima potenza di segnale rilevabile. Il range massimo di rilevamento del radar  $R_{max}$  è allora:

$$R_{max} = \left( \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 S_{min}} \right)^{1/4} \quad (2.20)$$

Nella pratica il segnale ricevuto dal radar sarà corrotto da rumore, che introdurrà voltaggi indesiderati in tutta la banda operante. Il rumore è in natura casuale e viene descritto dal suo spettro di densità di potenza. La potenza di rumore all'ingresso del ricevitore è

$$N_i = k T_0 B \quad (2.21)$$

dove  $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ Joule/GradiKelvin}$  è la costante di Boltzmann e  $T_0 = 290$  è la temperatura di rumore all'ingresso del ricevitore in gradi Kelvin.

La sensibilità di un ricevitore radar al rumore è descritta da una figura di merito chiamata *Figura di Rumore F* :

$$F = \frac{(SNR)_i}{(SNR)_o} = \frac{S_i/N_i}{S_o/N_o} \quad (2.22)$$

$(SNR)_i$  e  $(SNR)_o$  sono rispettivamente i rapporti Segnale/Rumore in ingresso e in uscita al ricevitore.

La temperatura di rumore effettiva del ricevitore escludendo l'antenna è

$$T_e = T_0(F - 1) \quad (2.23)$$

dove  $F$  è la figura di rumore del ricevitore. La temperatura di rumore effettiva totale del sistema  $T_s$  è:

$$T_s = T_e + T_a = T_0(F - 1) + T_a = T_0 F - T_0 + T_a \quad (2.24)$$

con  $T_a$  temperatura di antenna.

Nel caso in cui  $T_a$  sia uguale a  $T_0$ , l'Eq.(2.24) si riduce a

$$T_s = T_0 F \quad (2.25)$$

Usando l'Eq. (2.21) e l'Eq. (2.22) nell'Eq.(2.25) ricaviamo che

$$S_i = k T_0 B F (SNR)_o \quad (2.26)$$

E quindi la minima potenza di segnale rilevabile può essere scritta come:

$$S_{min} = kT_0 BF(SNR)_{o_{min}} \quad (2.27)$$

La soglia di rilevamento del radar è calcolata nel caso in cui abbiamo un SNR in uscita pari a  $(SNR)_{o_{min}}$ . Andando dunque a sostituire l'Eq. (2.27) nell'Eq. (2.20), abbiamo:

$$R_{max} = \left( \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 kT_0 BF(SNR)_{o_{min}}} \right)^{1/4} \quad (2.28)$$

da cui

$$(SNR)_{o_{min}} = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 kT_0 BF R_{max}^4} \quad (2.29)$$

In generale, le perdite del radar, indicate con  $L$ , riducono ulteriormente, quindi

$$(SNR)_o = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 kT_0 BF L R^4} \quad (2.30)$$

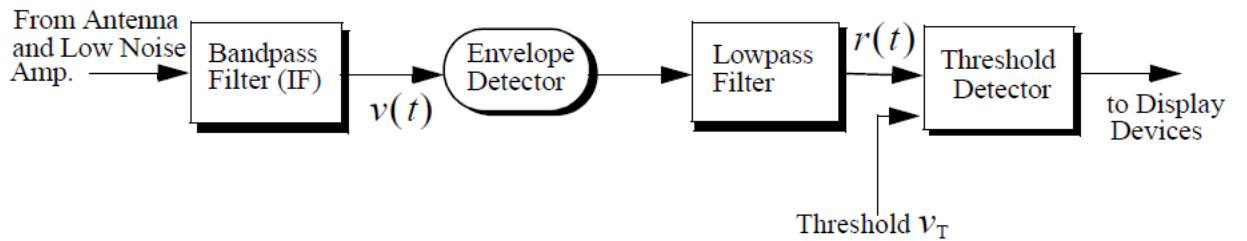
E' importante accennare al fatto che, oltre al rumore sempre presente per sua natura in qualsiasi operazione, il segnale ricevuto dal sistema radar può essere corrotto anche in maniera intenzionale.

In particolare, ci si riferisce ad ogni tentativo elettronico intenzionale di disturbo di una normale operazione radar col nome di *Contromisura Elettronica* (ECM). Questa può includere: chaff<sup>5</sup>, riflettori radar, alterazioni della RCS, radar jamming<sup>6</sup>.

In genere, in questi casi la capacità di rilevamento è determinata dal rapporto S/N+I (I sta per in interferenza), piuttosto che dal normale SNR.<sup>7</sup>

## 2.4 Rilevamento dell'obiettivo in presenza di rumore

In figura 2.6 è mostrato lo schema a blocchi di un semplice ricevitore radar compreso di un rilevatore di inviluppo e di un decisore di soglia. Il segnale di ingresso è composto dall'echo radar  $s(t)$  e da rumore  $n(t)$  rappresentato come un processo randomico Gaussiano, bianco e additivo (con varianza  $\sigma^2$ ).  $n(t)$ , inoltre, viene assunto essere incoerente e incorrelato con il segnale  $s(t)$ .



**Figura 2.6** – Schema a blocchi semplificato di un rilevatore di inviluppo e un decisore di soglia

<sup>5</sup> Lo chaff consiste nella dispersione di una nuvola di materiale radar-riflettente, la quale genera delle eco che interferiscono con il funzionamento dei radar.

<sup>6</sup> Per radar jamming si intende l'emissione di segnali radio che interferiscono e saturano il ricevitore radar con del rumore o fornendo false informazioni.

<sup>7</sup> Per approfondimenti consultare: *Radar Signal Analysis and Processing using Matlab*, Bassem R. Mahafza, Cap. 1, 2009, CRC Press Taylor and Francis Group, Boca Raton (FL).

L'uscita del filtro IF(intermediate frequency) può essere scritta come un processo randomico passa-banda

$$v(t) = v_I(t) \cos \omega_0 t + v_Q(t) \sin \omega_0 t = r(t) \cos(\omega_0 t - \Phi(t)) \quad (2.31)$$

dove

$$v_I(t) = r(t) \cos \Phi(t) \quad (2.32)$$

$$v_Q(t) = r(t) \sin \Phi(t) \quad (2.33)$$

$$r(t) = \sqrt{v_I^2(t) + v_Q^2(t)} \quad (2.34)$$

$$\Phi(t) = \tan^{-1} \frac{v_Q(t)}{v_I(t)} \quad (2.35)$$

I pedici  $I$  e  $Q$  indicano rispettivamente la componente in fase e quella in quadratura.

Un obiettivo viene rilevato quando  $r(t)$  eccede un certo valore di soglia  $v_T$ , essendo le ipotesi per la decisione

$$s(t) + n(t) > v_T \Rightarrow \text{Obiettivo rilevato}$$

$$n(t) > v_T \Rightarrow \text{Falso allarme}$$

Riprendiamo ora in considerazione il segnale  $v(t)$ : questo può essere composto da segnale e rumore oppure solo rumore. Nel primo caso, detta  $A$  l'ampiezza del segnale, le componenti in fase e quadratura sono

$$v_I(t) = A + n_I(t) = r(t) \cos \Phi(t) \quad (2.36)$$

$$v_Q(t) = n_Q(t) = r(t) \sin \Phi(t) \quad (2.37)$$

mentre, nel secondo caso

$$v_I(t) = n_I(t) \quad (2.38)$$

$$v_Q(t) = n_Q(t) \quad (2.39)$$

avendo indicato con  $n_I(t)$  e  $n_Q(t)$  le componenti in fase e quadratura del rumore sopra descritto.

Per le varie grandezze che compongono il segnale  $v(t)$  possiamo calcolare le rispettive densità di probabilità. In particolare, presentiamo quella relativa all'involuppo  $r(t)$  di  $v(t)$  che useremo nel seguito. Quando è presente sia segnale che rumore essa vale<sup>8</sup>

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} I_0 \left( \frac{rA}{\sigma^2} \right) e^{-\frac{r^2 + A^2}{2\sigma^2}} \quad (2.40)$$

mentre, nel caso sia presente solo rumore abbiamo

---

<sup>8</sup> Nell'equazione (2.40) abbiamo indicato con  $I_0$  la funzione di Bessel modificata di ordine 0 :

$$I_0(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{\beta \cos \vartheta} d\vartheta$$

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (2.41)$$

### Probabilità di falso allarme

La probabilità di falso allarme  $P_{fa}$  è definita come la probabilità che un campione  $r$  del segnale  $r(t)$  supera il valore di soglia  $v_T$  (in volts) quando il solo rumore è presente in ricezione:

$$P_{fa} = \int_{v_T}^{\infty} \frac{r}{\sigma^2} e^{\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)} dr = e^{\left(-\frac{v_T^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (2.42)$$

da cui possiamo calcolare il valore della soglia  $v_T$  per una data probabilità di falso allarme  $P_{fa}$ .

$$v_T = \sqrt{2\sigma^2 \ln 1/P_{fa}} \quad (2.43)$$

Commentiamo quanto ottenuto. In ogni sistema radar, si cerca ovviamente di minimizzare la probabilità di falso allarme in modo che il rumore influisca il meno possibile falsando il rilevamento dell'obiettivo; contemporaneamente, però, diminuire  $P_{fa}$  significa alzare il valore della soglia  $v_T$ .

Siamo, pertanto, di fronte ad una scelta di compromesso: un valore adatto per  $P_{fa}$  deve essere valutato di volta in volta per il particolare sistema radar.

### Probabilità di detezione

La probabilità di detezione  $P_D$  è la probabilità che un campione  $r$  di  $r(t)$  oltrepassa il valore di soglia  $v_T$  nel caso sia presente sia il segnale che il rumore

$$P_D = \int_{v_T}^{\infty} \frac{r}{\sigma^2} I_0\left(\frac{rA}{\sigma^2}\right) e^{\left(-\frac{r^2+A^2}{2\sigma^2}\right)} dr \quad (2.44)$$

Per semplicità, se assumiamo che il segnale radar sia di tipo sinusoidale di ampiezza  $A$ , la sua potenza sarà  $A^2/2$ . Essendo il rapporto segnale rumore in ricezione  $SNR = A^2/2\sigma^2$  e usando l'Eq. (3.43) abbiamo

$$P_D = \int_{\sqrt{2\sigma^2 \ln 1/P_{fa}}}^{\infty} \frac{r}{\sigma^2} I_0\left(\frac{rA}{\sigma^2}\right) e^{\left(-\frac{r^2+A^2}{2\sigma^2}\right)} dr = Q\left[\sqrt{\frac{A^2}{\sigma^2}}, \sqrt{2 \ln \frac{1}{P_{fa}}}\right] \quad (2.45)$$

essendo  $Q$  la funzione di Marcum<sup>9</sup>.

I progettisti di sistemi radar cercano sempre di massimizzare la probabilità di detezione per una data probabilità di falso allarme.

## 2.5 Effetti della superficie terrestre sull'equazione dei radar

Finora, per sviluppare l'equazione dei radar abbiamo implicitamente supposto di avere onde elettromagnetiche che si propagano nello spazio libero. Inoltre, tutte le analisi presentate non tenevano conto degli effetti dell'atmosfera della terra né della sua superficie.

---

<sup>9</sup> La funzione di MARCUM è definita come  $Q[\alpha, \beta] = \int_{\beta}^{\infty} \zeta I_0(\alpha\zeta) e^{\left(-\frac{\zeta^2+\alpha^2}{2}\right)} d\zeta$

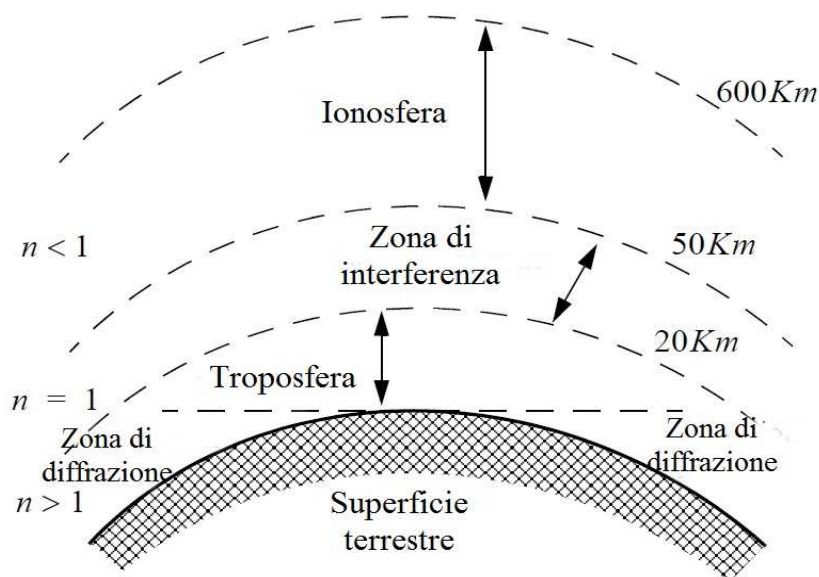
L'effetto della superficie terrestre sull'equazione dei radar si manifesta introducendo in essa un termine addizionale di potenza, detto *pattern propagation factor* (o fattore di propagazione) e indicato con  $F$

$$F = |E/E_0| \quad (2.46)$$

dove  $E$  è il campo elettrico nel mezzo e  $E_0$  è il campo elettrico nello spazio libero. L'equazione dei radar diventa perciò

$$(SNR)_o = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 k T_0 B F L R^4} F^4 \quad (2.47)$$

L'atmosfera terrestre è suddivisa in più strati, come illustrato nella figura 2.7. Il primo strato, che si estende fino a 20 km di altitudine, è conosciuto col nome di troposfera. Le onde elettromagnetiche oltre a perdere energia quando viaggiano nella troposfera, per via dall'attenuazione atmosferica, rifraggono (si piegano verso il basso) a causa della sua costante dielettrica (funzione di pressione, temperatura, vapore acqueo e contenuto gassoso). La regione sopra la troposfera, detta zona di interferenza, si estende in altitudine tra i 20 Km e i 50 Km e si comporta come lo spazio libero: la rifrazione è trascurabile. La ionosfera, invece, si estende tra i 50 Km e i 600 Km. Questa ha una densità di gas davvero bassa rispetto alla troposfera, mentre contiene una gran quantità di elettroni liberi ionizzati la cui presenza agisce nella propagazione delle onde elettromagnetiche in vari modi: rifrazione<sup>10</sup>, assorbimento, emissione di rumore e rotazione di polarizzazione. Il livello di degradazione dipende molto dalla frequenza delle onde incidenti. In generale, si può affermare che livelli più alti di frequenza comportano effetti sempre minori della ionosfera. La regione sotto l'orizzonte, vicina alla superficie terrestre, è chiamata zona di diffrazione<sup>11</sup>.



**Figura 2.7** – Geometria dell'atmosfera terrestre.

Al fine di studiare efficacemente gli effetti dell'atmosfera sulla propagazione delle onde radar, occorre possedere un'accurata conoscenza della variazione dell'indice di rifrazione nella troposfera e ionosfera. Infatti, consideriamo ad esempio il problema della rifrazione.

Nello spazio libero, le onde elettromagnetiche viaggiano lungo linee rette. In presenza dell'atmosfera terrestre, però, esse deflettono a causa della variazione dell'indice di rifrazione, definito come

<sup>10</sup> *Rifrazione* è un termine usato per descrivere la deviazione della propagazione di onde radar dalla linea retta.

<sup>11</sup> *Diffrazione* è un termine usato per descrivere la flessione di onde radar attorno a oggetti fisici.

$$n = c/v \quad (2.48)$$

dove  $c$  è la velocità delle onde elettromagnetiche nello spazio libero e  $v$  è la velocità di gruppo dell'onda nel mezzo. Il tasso di cambio dell'indice di rifrazione terrestre  $n$  con l'altitudine  $h$  è normalmente indicato col nome di **gradiente di rifrazione**,  $dn/dh$ . Come risultato di un tasso di cambio negativo, le onde elettromagnetiche viaggiano più velocemente nella zona più alta della troposfera che in quella inferiore.

Di conseguenza, onde che viaggiano nella troposfera si piegano gradualmente.

Nei paragrafi successivi saranno trattati diffusamente gli effetti dell'atmosfera sulle onde elettromagnetiche, andando a vedere l'attenuazione che essa introduce su di esse.

## 2.6 Il radar in meteorologia

Il Radar meteorologico è uno strumento che misura la quantità di *idrometeore* (pioggia, neve, ghiaccio) presenti nell'atmosfera.

Il principio di funzionamento di un radar meteorologico può essere così schematizzato: vengono emessi brevi impulsi di elevata potenza nell'atmosfera lungo la direzione di puntamento dell'antenna che può variare sia in azimut che in elevazione. I pacchetti di onde così emessi vengono assorbiti dalle idrometeore presenti nell'atmosfera e re-irradiati in tutte le direzioni tra cui quella del radar. L'analisi del segnale di ritorno è effettuata nell'apparato ricevente del radar stesso e permette di ottenere l'intensità della precipitazione, mentre la direzione di puntamento dell'antenna e il tempo impiegato dal segnale nel percorso andata-ritorno consentono di localizzare le idrometeore in termini di direzione e distanza. Inoltre piccole variazioni nella frequenza dell'eco di ritorno permettono, attraverso l'effetto Doppler, di misurare la velocità radiale e quindi di stimare la direzione di spostamento dell'evento meteorologico.

I radar meteorologici operano nell'intervallo di frequenze delle microonde, dove la diffusione dovuta a gocce d'acqua è abbastanza elevata. Questo ne consente l'impiego per l'indagine delle precipitazioni dato che la lunghezza d'onda a cui lavorano è confrontabile con la dimensione delle idrometeore stesse. L'attenuazione aumenta al diminuire della lunghezza d'onda ed è per questo motivo che la banda S è la più indicata per le regioni tropicali e per quelle aree dove uragani, tornado e cicloni sono più probabili. I radar in banda S tuttavia, comportano notevoli problemi strutturali; infatti, poiché le dimensioni dell'antenna sono proporzionali alla lunghezza d'onda, ne segue che per un fascio di 1 grado a 10 cm è necessario un riflettore di 7,3 m di diametro. La banda C offre proprio il miglior compromesso tra problematiche ingegneristiche e prestazioni meteorologiche ed è oggi utilizzata dalla maggior parte dei nuovi impianti installati in regioni non tropicali.

Esistono, inoltre, radar che utilizzano valori inferiori e precisamente lavorano nelle bande X e K. Si tratta, però, di impianti nella maggior parte dei casi nati per altre attività e solo in un secondo tempo "ereditati" dalla meteorologia. Il loro uso è problematico, poiché a queste lunghezze d'onda il fascio radar è soggetto ad un notevole assorbimento atmosferico. Buoni risultati nell'avvistamento delle nubi potrebbero essere raggiunti lavorando in banda K dove i radar convenzionali non possono vedere le microscopiche goccioline che le compongono.

## 2.7 Caratterizzazione delle nubi e delle precipitazioni

Le particelle che costituiscono le nubi si formano in seguito al processo di *nucleazione*<sup>12</sup> dell'acqua liquida o del ghiaccio.

---

<sup>12</sup> Per *nucleazione* si intende il processo chimico fisico tramite il quale si ha la formazione di una nuova fase sotto forma di nuclei stabili risultanti dall'aggregazione di un certo numero di molecole o di ioni da una fase madre preesistente. Ad esempio si può avere formazione di gocce di liquido (condensazione) o di particelle solide (sublimazione) a partire da una fase gassosa, sviluppo di gas da una fase liquida, solidificazione di masse fuse (crystallizzazione dal fuso ecc...

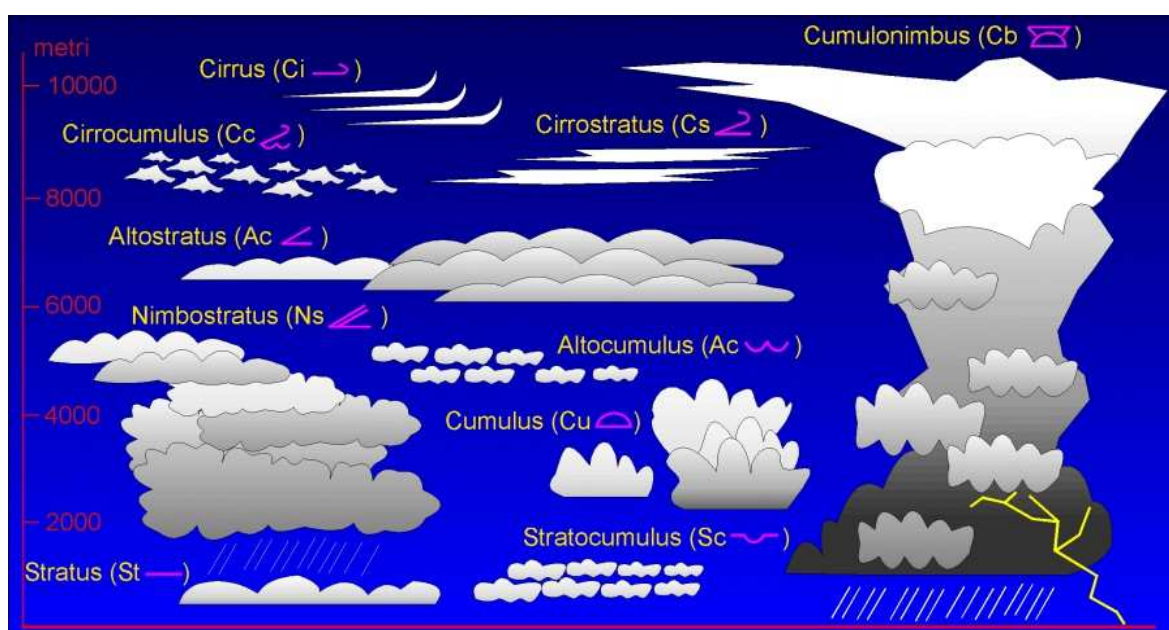


La pioggia si forma, invece, per deposizione di vapore acqueo su nuclei di ghiaccio. Questi si aggregano formando cristalli molto pesanti che, per la forza di gravità, precipitano a terra e che, a temperature superiori a 0 °C, subiscono una liquefazione, trasformandosi dunque in pioggia.

Infine, le gocce d'acqua si formano per condensazione di vapore acqueo su particelle estranee, come il pulviscolo atmosferico. Queste fissano sulla loro superficie molecole d'acqua, creando così centri di condensazione sui quali vanno a depositarsi altre molecole d'acqua, dando luogo a gocce di dimensioni sempre maggiori. Gradualmente, la velocità di caduta di questi aggregati aumenta e ne segue il subentrare del meccanismo di *coalescenza*, nel quale le particelle di acqua più grandi inglobano quelle più piccole che viaggiano a velocità minore. Quando, poi, particelle di nubi si riuniscono attorno a un cristallo di ghiaccio che precipita, allora si può formare la grandine (*accretion riming*).

### 2.7.1 Elementi di fisica delle nubi

L'unione meteorologica mondiale (WMO) classifica le nuvole in dieci **genera**: cirri, cirrocumuli, cirrostrati, altocumuli, altostrati, nembostrati, stratocumuli, strati, cumuli, cumulonembi. Ogni genere è diviso in **species** e ogni specie può contenere delle **varietes**. In figura 2.8 è riportata la distribuzione dei vari genera.



**Figura 2.8** – Distribuzione in altezza dei vari tipi di nuvole.

La nomenclatura deriva da parole latine che ne illustrano la tipologia:

- **Cumulus** (cumulo), per le nubi convettive;
- **Stratus** (strato), per le nubi stratiformi;
- **Cirrus** (filamento), per le nubi fibrose;
- **Nimbus**, per le nubi che producono precipitazioni.

Le nubi si sviluppano prevalentemente nella troposfera; questa presenta un gradiente di temperatura  $dT/dz$  negativo e si estende fino alla cosiddetta *tropopausa*, quota alla quale il gradiente è approssimativamente nullo.

Le nubi si formano nell'aria che è diventata satura di acqua liquida o ghiaccio. Solitamente si giunge a questa situazione con l'ascesa di aria accompagnata da espansione adiabatica e raffreddamento.

Esistono forme diverse di ascesa, le quali producono tipi diversi di nubi:

- L'ascesa locale di particelle d'aria calda, galleggiante in un ambiente instabile, produce **nubi convettive**. L'aria sale con velocità verticali dell'ordine di pochi metri per secondo, il contenuto d'acqua è dell'ordine di  $1 \text{ g/m}^3$ .

- Il sollevamento forzato di aria stabile produce **nubi stratiformi**. La velocità di sollevamento è di pochi centimetri al secondo e il contenuto d'acqua è solitamente di poche decine di grammi per metro cubo.
- Il sollevamento forzato di aria favorito dalla presenza di colline o montagne produce **nubi orografiche**. La velocità verticale dipende dalla velocità e dalla direzione del vento e dall'altezza dei rilievi montuosi; si possono avere velocità di molti metri per secondo e contenuti di acqua di poche decine di grammi per metro cubo.

## 2.7.2 Elementi di fisica delle precipitazioni

Vediamo ora le caratteristiche dei vari tipi di precipitazione.

### Masse d'aria temporalesche

Il temporale è un processo caratterizzato, principalmente, da due fasi: in un primo momento il calore e l'umidità vengono presi dalla superficie terrestre e successivamente sono trasportati ai livelli più alti dell'atmosfera. Sono dunque necessarie tre condizioni, affinché si possa verificare un fenomeno temporalesco: umidità, instabilità e sollevamento atmosferico. Quando il vapore acqueo si condensa, l'atmosfera diventa più calda e meno densa, così da tendere a sollevarsi; se poi la massa d'aria è instabile, ci sono le condizioni favorevoli affinché il moto ascensionale continui e si abbia un mescolamento tra l'aria più calda e quella più fredda.

L'elemento fondamentale costitutivo di un cumulonembo è la *cella*, normalmente identificata dal radar come un volume relativamente intenso di precipitazione; la maggior parte delle masse d'aria temporalesche consiste di un gran numero di queste celle che crescono e decadono in successione.

Esiste un modello idealizzato del ciclo di vita di una tipica cella che prevede 3 stadi.

Normalmente si definisce *ordinario* un temporale che percorre i tre stadi evolutivi in un periodo di 45-60 *min* ed in cui lo stadio maturo dura solo tra i 15 e i 30 minuti; questo si distingue dalla *supercella*, con cui solitamente si indica un evento temporalesco a convezione molto più vigoroso.

### Eventi temporaleschi severi

Gli eventi temporaleschi severi producono alluvioni, grandine, forti venti e tornado; si formano in un ambiente convettivamente instabile, in cui c'è una notevole differenza di velocità del vento tra la superficie a basso livello e la troposfera sovrastante (*wind shear*).

Tra i temporali di forte intensità spesso osservati vi sono:

- *Squall lines*: le celle dei cumulonembi sono allineate perpendicolarmente al moto del sistema temporalesco; i temporali che ne derivano sono spesso accompagnati da raffiche di vento.
- *Temporali a multicelle*: si presentano in un'ampia gamma di forme, dimensioni ed intensità. Attraverso lo studio degli echi radar, si è appurato che le singole celle temporalesche si muovono spesso con i venti della parte media della troposfera, mentre l'intera struttura a multicelle viene trasportata verso la parte destra dei venti in passi discreti.
- *Temporali a supercelle*: sono fenomeni temporaleschi severi che si comportano come se fossero generati da una singola unità, anziché da un gruppo di celle. I temporali a supercelle sono caratterizzati da moti di aria verticali verso l'alto e verso il basso che coesistono per periodi di 30 *min* e più. Anche qui, il temporale si muove verso la parte destra dei venti circostanti; la differenza sostanziale tra temporali a multicelle e temporali a supercelle è il fatto che in questi ultimi la propagazione avviene in maniera continua e non in passi discreti.

## 2.8 Diffusione e assorbimento da idrometeore

L'interazione della radiazione radar con le idrometeore consiste in fenomeni di assorbimento di parte dell'energia incidente e di diffusione, in tutte le direzioni, in forma di campo elettromagnetico con la stessa lunghezza d'onda della radiazione incidente. La distribuzione delle dimensioni delle idrometeore dipende fortemente dal particolare tipo di nube, stadio della precipitazione, temperatura e locazione geografica.

Per modellizzare il trasferimento radiativo nel campo delle microonde, le idrometeore vengono classificate in diverse categorie:

- Piccole gocce allo stato liquido, con raggio inferiore ai  $50 \mu m$ , tipicamente costituenti nubi non precipitative (come cumuli o strati) oppure nebbia o foschia.
- Gocce allo stato liquido, con raggio compreso tra  $50 \mu m$  e  $5 mm$ , che danno luogo a precipitazioni. A causa delle forze di attrito viscoso, queste hanno una forma leggermente ellissoidale.
- Particelle ghiacciate di dimensioni inferiori a  $1 mm$ , dalla forma molto schiacciata. Sono caratteristiche dei cirri.
- Particelle ghiacciate (neve, grandine), di dimensioni comprese tra  $1 mm$  e  $10 mm$ , le quali consistono generalmente in una mistura di fasi liquida e solida.

Le idrometeore liquide di raggio inferiore a  $50 \mu m$  assorbono le microonde in maniera apprezzabile, mentre la diffusione è scarsa. Idrometeore liquide di dimensioni maggiori oppure ghiacciate producono, invece, effetti di diffusione nel campo delle microonde particolarmente significativi alle alte frequenze.

I fenomeni di diffusione e assorbimento da idrometeore sono influenzati anche dalla loro forma.

Questa, è determinata dalla tensione superficiale<sup>13</sup> e dalle forze idrodinamiche dovute alla caduta. Nelle gocce piccole la tensione superficiale domina sulle forze idrodinamiche e la forma che ne risulta è sferica; al crescere della massa delle gocce, la velocità di caduta aumenta e l'equilibrio delle forze si modifica.

Di conseguenza, la forma delle gocce cambia e diventa ellissoidale.

Per quanto riguarda le particelle di ghiaccio, a causa della mancanza di un numero sufficiente di dati statistici, si considera spesso per semplicità una forma sferica.

### 2.8.1 Soluzione al problema di diffusione per particelle sferiche omogenee – Mie (1908)

La soluzione proposta da Mie per il problema di diffusione e assorbimento di onde elettromagnetiche è basata sull'applicazione delle equazioni di Maxwell alla diffusione di un'onda piana causata da una sfera omogenea localizzata in un mezzo non assorbente.

Indichiamo con  $P_i$  la densità di potenza dell'onda elettromagnetica incidente e con  $W_a$  la potenza assorbita dalla particella di raggio  $a$ , si definisce *sezione di assorbimento* la quantità

$$\sigma_a = \frac{W_a}{P_i} \quad (2.49)$$

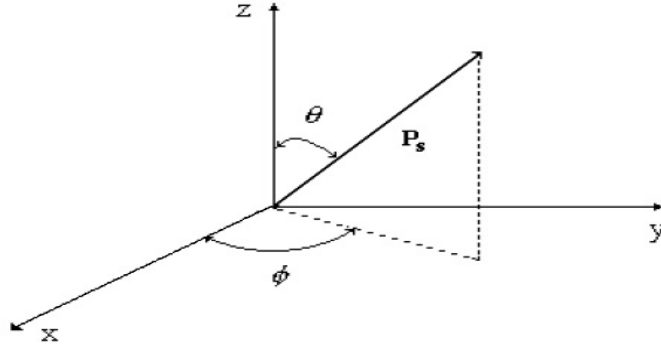
mentre il rapporto tra la sezione di assorbimento e la sezione geometrica  $A_g$  della particella è detto *fattore di efficienza di assorbimento*:

$$\xi_a = \frac{\sigma_a}{A_g} = \frac{\sigma_a}{\pi a^2} \quad (2.50)$$

Osserviamo la figura 2.9:

---

<sup>13</sup> Sollecitazione che le molecole dell'atmosfera in fase gassosa producono sulle gocce di pioggia; è diretta verso l'interno delle gocce e tende a ridurre al minimo la loro superficie; in assenza di altre sollecitazioni, la forma assunta dalle gocce di pioggia è sferica.



**Figura 2.9** – Onda piana diffusa nella direzione  $(\theta, \Phi)$  da una particella posta all'origine del sistema.

Se l'onda piana incidente si propaga lungo l'asse  $z$  e se  $P_s(\theta, \phi)$  è la densità di potenza della radiazione diffusa nella direzione  $(\theta, \phi)$  a distanza  $r$  dalla particella, la densità di potenza totale diffusa dalla particella è l'integrale di  $P_s(\theta, \phi)$  su una superficie sferica di raggio  $r$  centrata nella particella stessa.

$$W_s = \iint_{4\pi} P_s(\theta, \phi) r^2 d\Omega \quad (2.51)$$

La *sezione di diffusione*  $\sigma_s$  ed il *fattore di efficienza di diffusione*  $\xi_s$  sono, invece, definiti come

$$\sigma_s = \frac{W_s}{P_i} \quad (2.52)$$

$$\xi_s = \frac{\sigma_s}{A_g} = \frac{\sigma_s}{\pi a^2} \quad (2.53)$$

Ne segue che la potenza totale tolta dall'onda incidente è  $W_a + W_s$  e le rispettive *sezione di estinzione*  $\sigma_e$  ed *efficienza di estinzione* sono

$$\sigma_e = \sigma_a + \sigma_s \quad (2.54)$$

$$\xi_e = \xi_a + \xi_s \quad (2.55)$$

La potenza di interesse per un radar meteorologico è però la densità di potenza retrodiffusa verso la sorgente di radiazione, ovvero  $P_s(\theta = \pi, \phi)$ . In particolare, la *sezione di retrodiffusione*  $\sigma_b$  è ottenuta dall'Eq.(2.52), nella quale si sostituisce la potenza diffusa totale con quella nella direzione  $(\theta = \pi, \phi)$ :

$$\sigma_b = 4\pi r^2 \frac{P_s(\theta = \pi, \phi)}{P_i} \quad (2.56)$$

con  $P_i$  densità di potenza incidente sul bersaglio,  $P_s(\theta = \pi, \phi)$  è la densità di potenza retrodiffusa nella direzione del radar e  $r$  è la distanza tra radar e bersaglio.

I risultati della soluzione di Mie portano alle seguenti espressioni in forma di serie convergenti

$$\sigma_s = \frac{\lambda_b^2}{2\pi} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1)(|a_l|^2 + |b_l|^2) \quad (2.57)$$

$$\sigma_b = \frac{\lambda_b^2}{4\pi} \left| \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l (2l+1)(a_l - b_l) \right|^2 \quad (2.58)$$

$$\sigma_e = \frac{\lambda_b^2}{2\pi} (-Re) \left[ \sum_{l=1}^{\infty} (2+1)(a_l + b_l) \right] \quad (2.59)$$

dove  $a_l$  e  $b_l$  sono detti *coefficienti di Mie*.

I coefficienti di Mie sono calcolabili attraverso un processo iterativo e coinvolgono le funzioni di Bessel di argomento complesso. Questi, e quindi la soluzione di Mie, sono formulati in termini di

$$\chi = k_b a = \frac{2\pi a}{\lambda_b} = \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{\varepsilon'_{rb}} \quad (2.60)$$

$$n = \frac{n_p}{n_b} = \left( \frac{\varepsilon_{cp}}{\varepsilon_{cb}} \right)^{1/2} = \varepsilon_c^{1/2} \quad (2.61)$$

dove  $k_b$  è il numero d'onda del mezzo in cui si trova la particella,  $\varepsilon'_{rb}$  è la parte reale della costante dielettrica relativa del mezzo,  $\lambda_b$  è la lunghezza d'onda nel mezzo,  $\lambda_0$  è la lunghezza d'onda nel vuoto,  $n_p$  e  $n_b$  sono rispettivamente gli indici di rifrazione della particella sferica e del mezzo,  $\varepsilon_{cp}$  e  $\varepsilon_{cb}$  sono le corrispondenti costanti dielettriche complesse.

## 2.8.2 Approssimazione di Rayleigh

Una notevole semplificazione nell'espressioni delle sezioni sopra trovate si ha quando le dimensioni delle particelle sono più piccole della lunghezza d'onda della radiazione incidente. In questo caso, infatti, risulta

$$\sigma_s = \frac{2}{3} \frac{\pi^5}{\lambda^4} |K|^2 D^6 \quad (2.62)$$

$$\sigma_b = \frac{\pi^5}{\lambda^4} |K|^2 D^6 \quad (2.63)$$

$$\sigma_a = \frac{\pi^5}{\lambda^4} D^3 \text{Im}\{-K\} \quad (2.64)$$

$$\sigma_e = \sigma_a + \sigma_s \quad (2.65)$$

con  $D$  diametro della particella e  $K$  fattore complesso dielettrico

$$K = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \quad (2.66)$$

Osserviamo che nella regione di Rayleigh, dove  $D \ll \lambda$ , la sezione di assorbimento è maggiore rispetto a quella di diffusione, a meno che la particella sia costituita da un materiale molto poco assorbente, ovvero con  $n'' \ll n'$  cosicché  $\text{Im}\{-K\} \ll |K|^2$ .

Consideriamo i valori delle  $\sigma_a, \sigma_e, \sigma_b$  per alcuni casi speciali:

- **Dielettrico senza perdite:**  $\sigma_a = 0$  e quindi  $\sigma_e = \sigma_s$ .
- **Dielettrico con ampie perdite e per sfere di piccole dimensioni:**  $\sigma_s \ll \sigma_a$  e quindi  $\sigma_e \approx \sigma_a$ .
- **Caso intermedio di ghiaccio:**  $\sigma_a$  e  $\sigma_s$  sono confrontabili e devono essere tenuti in considerazione entrambi per il calcolo di  $\sigma_e$ .

- **Acqua:**  $|K|^2$  è praticamente costante per le temperature che si registrano nella troposfera e nel caso di onde centimetriche il suo valore è circa 0.93 per l'acqua liquida.
- **Ghiaccio di densità normale:** per  $\rho = 0.92 \text{ g/cm}^3$   $|K|^2 \approx 0.176$ , senza tener conto di variazioni dovute alla temperatura; per  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$  si ha invece  $|K|^2 \approx 0.208$ .

### 2.8.3 Coefficienti di diffusione e assorbimento

Normalmente si assume che diffusori presenti in una nube o cella di pioggia siano distribuiti casualmente nel volume, cosicché non ci sia coerenza di fase tra i campi elettromagnetici diffusi dalle particelle.

Si conclude che la sezione totale di diffusione di un dato volume corrisponde alla somma algebrica delle sezioni di diffusione di tutte le particelle appartenenti al volume.

Poiché  $\sigma_s$  dipende fortemente dal diametro  $D$  dell'idrometeora, bisogna tener conto della distribuzione delle dimensioni delle particelle attraverso la funzione  $N(D)$ . Quest'ultima definisce la concentrazione parziale di particelle per unità di volume e per unità di incremento di diametro  $D$ ;  $N(D)dD$  rappresenta il numero di particelle per unità di volume con diametro compreso nell'intervallo  $[D, D+dD]$ .

La sezione di diffusione totale per unità di volume è detta **coefficiente di diffusione di volume** e vale

$$k_s = \int_{D_{min}}^{D_{max}} \sigma_s(D) N(D) dD \quad m^{-1} \quad (2.67)$$

con  $D_{max}$  e  $D_{min}$ , rispettivamente, limite inferiore e superiore dei diametri delle particelle nel volume.

Similmente possiamo ricavare i **coefficienti di assorbimento**  $k_a$ , **estinzione**  $k_e$  e **retrodiffusione**  $\eta$  di **volume**, sostituendo rispettivamente nell'equazione precedente  $\sigma_a$ ,  $\sigma_e$ ,  $\sigma_b$ .

Il coefficiente di retrodiffusione  $\eta$  viene indicato come **riflettività radar** ed è una quantità caratteristica dei diffusori contenuti in un certo volume.

## 2.9 Distribuzione delle dimensioni delle idrometeore

Riprendiamo il concetto precedentemente illustrato di distribuzione delle dimensioni delle idrometeore. Tra le funzioni  $N(D)$ , le più frequentemente usate sono:

- **la distribuzione logaritmica**

$$N(D) = \frac{N_T}{\sqrt{2\pi}(\ln \sigma)D} \exp \left[ -\ln^2 \left( \frac{D}{D_g} \right) / (2 \ln^2 \sigma) \right] \quad (2.68)$$

dipendente dai parametri  $N_T, \sigma, D_g$ .

- **la distribuzione gamma modificata**

$$N(D) = N_0 D^\mu e^{-\Lambda D} \quad (2.69)$$

dipendente da  $N_0, \mu, \Lambda$ .

Per applicazioni relative alle precipitazioni si utilizza ampiamente una forma semplificata della distribuzione gamma, ottenuta ponendo  $\mu = 0$ . La distribuzione che ne deriva è di tipo esponenziale ed è stata per la prima volta proposta da Marshall e Palmer (MP) nel 1948:

$$N(D) = N_0 e^{-\Lambda D} \quad (2.70)$$

con

$$\Lambda = aR^b \quad (2.71)$$

$N_0$ ,  $a$  e  $b$  sono parametri che dipendono dalla precipitazione in considerazione.

La distribuzione esponenziale introduce il *tasso di precipitazione*  $R$ , una grandezza usata per valutare l'intensità delle precipitazioni e che rappresenta la quantità di acqua che attraversa una sezione orizzontale di area unitaria in un certo intervallo di tempo.

Il tasso di precipitazione  $R$  è quindi espresso da un'altezza (quella di un equivalente volume d'acqua liquida di sezione trasversale unitaria) divisa per un tempo, ed è dato da

$$R = \frac{\pi}{6} \rho \int_{D_{min}}^{D_{max}} N(D) D^3 [v(D) - w] dD \quad mm/h \quad (2.72)$$

dove  $v(D)$  è la velocità terminale di caduta delle idrometeore,  $w$  è la componente verticale della velocità dell'aria, considerata positiva verso l'alto, e  $\rho$  è la densità dell'idrometeora.

Questa relazione è generale e può essere applicata ad ogni tipo di idrometeora, purché si consideri il diametro equivalente nel caso di idrometeora non sferica.

Nel caso di pioggia stratiforme, Marshall e Palmer [1948] hanno proposto come parametri:  $N_0 = 8000 \text{ mm}^{-1} \text{ m}^{-3}$  e  $\Lambda = 4.1 R^{-0.21} \text{ mm}^{-1}$ . Questi parametri definiscono la distribuzione MP. Coefficienti diversi dai precedenti si adattano altri tipi di precipitazioni.

Definiamo il momento di ordine  $n$  della distribuzione delle dimensioni di una certa popolazione di idrometeore:

$$m_n = \int_{D_{min}}^{D_{max}} D^n N(D) dD \quad (2.73)$$

Se si assume  $D_{min} = 0$  e  $D_{max} = \infty$ , viene introdotto un errore trascurabile nella soluzione dell'integrale. Partendo dall'Eq. (2.73), possiamo ricavare l'espressione per il *contenuto in acqua*  $M$ :

$$M = \frac{\pi}{6} \rho m_3 = \frac{\pi}{6} \rho \int_0^{\infty} D^3 N(D) dD \quad g/m^3 \quad (2.74)$$

## 2.10 Fattore di riflettività radar

Il fattore di riflettività radar  $Z$  è pari

$$Z = \int_{D_{min}}^{D_{max}} D^6 N(D) dD \quad (2.75)$$

Questo può essere correlato alla riflettività radar; infatti nelle condizioni di validità dell'approssimazione di Rayleigh si ha, per la riflettività radar

$$\eta = \frac{\pi^5}{\lambda^4} |K|^2 \int_{D_{min}}^{D_{max}} D^6 N(D) dD \quad (2.76)$$

dunque

$$Z = \frac{\lambda^4}{\pi^5 |K|^2} \eta \quad mm^6 m^{-3} \quad (2.77)$$

Quando, invece, non sono soddisfatte le condizioni di Rayleigh, viene introdotto un *fattore di riflettività equivalente*  $Z_e$  di una popolazione di particelle liquide e sferiche che soddisfano l'approssimazione di Rayleigh e che producono un segnale della stessa potenza di quello generato dalle idrometeore in esame:

$$Z_e = \frac{\lambda^4}{\pi^5 |K|_w^2} \eta \quad (2.78)$$

Il radar permette di effettuare misure del fattore di riflettività  $Z$ . Al fine di interpretare queste misure in termini di grandezza fisiche di interesse applicativo (come  $R$ ,  $M$ ...), è necessario mettere in relazione queste ultime col fattore  $Z$ .

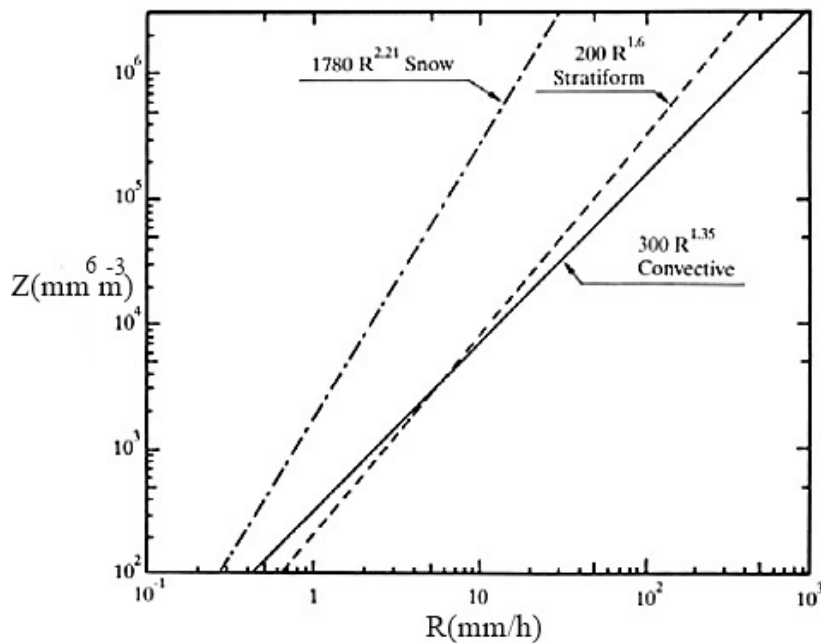
Le relazioni matematiche che legano il fattore di riflettività a queste grandezze sono dette *relazioni Z-X* ed hanno la seguente forma:

$$Z = aX^b \quad (2.79)$$

con  $a$  e  $b$  coefficienti da determinare a seconda del caso in considerazione. Questi ultimi variano nello spazio e nel tempo, così come la struttura delle nubi e delle precipitazioni da cui essi dipendono. Ci sono due possibili modi di ottenere i dati relativi a  $Z$  e  $X$ :

- Simulazioni numeriche di coppie di misure  $Z$  e  $X$  da modelli fisici ed elettromagnetici.
- Misurazioni indipendenti nello spazio e sincronizzate nel tempo, con  $Z$  misurata tramite un radar e  $X$  attraverso, ad esempio, un pluviometro nel caso in cui  $X=R$ .

La relazione  $Z-X$  più utilizzata è quella che lega il fattore di riflettività al tasso di precipitazione  $R$ . I coefficienti  $a$  e  $b$  nella relazione  $Z-R$  presentano una grande variabilità, legata a fattori di natura geografica, climatica nonché alla struttura delle nubi. In figura 2.10 possiamo vedere le tipiche relazioni tra  $Z$  e  $R$ , derivate empiricamente, nei casi stratiforme, convettivo e di neve e proposte rispettivamente da Marshall e Palmer [1948], la prima, Sekhon e Srivastava le altre due.



**Figura 2.10** – Fattore di riflettività in funzione del tasso di precipitazione, al variare della situazione atmosferica.

## 2.11 L'attenuazione atmosferica

Le onde e.m che viaggiano nell'atmosfera subiscono una perdita di energia a differenza di quando viaggiano nello spazio libero. Si possono distinguere due cause di attenuazione: i gas e le idrometeore, in cui a sua volta si distingue tra attenuazione dovuta alle nubi e attenuazione dovuta alle precipitazioni.

Il tasso totale di attenuazione  $k_e$  è ottenuto dai termini  $k_g, k_c, k_p$  corrispondenti ai tassi di attenuazione per i gas, le nubi e le precipitazioni. La relazione che li lega è



$$\begin{cases} k_e = k_g + k_h \\ k_h = k_c + k_p \end{cases} \quad (2.80)$$

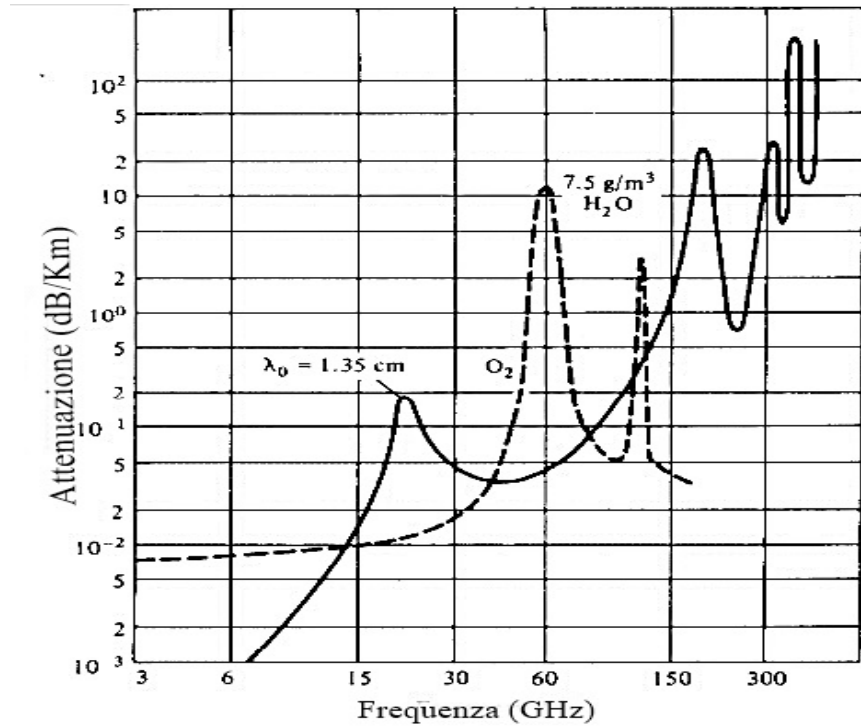
Consideriamo un'onda e.m che si propaga nella direzione  $z$  con densità di potenza  $P$ . L'ammontare di densità di potenza persa a causa delle presenza di idrometeore contenute in un elemento di volume di sezione unitaria e spessore  $dz$  è

$$\frac{dP(z)}{dz} = -P \int_{D_{min}}^{D_{max}} \sigma_e(D) N(D) dD = -a_t P \quad (2.81)$$

dove  $a_t$  è l'attenuazione specifica per unità di lunghezza lungo la direzione di propagazione e corrisponde a  $k_e$ . Il tasso totale di attenuazione risulta essere

$$k_e = a_t = \int_{D_{min}}^{D_{max}} \sigma_e(D) N(D) dD \quad (2.82)$$

In figura 2.11 è riportato l'andamento dell'attenuazione dovuta alla presenza di gas e vapore acqueo:



**Figura 2.11** – Grado di attenuazione dovuto all'ossigeno e al vapore acqueo al variare della frequenza di lavoro.

Notiamo come a frequenze sempre più alte, e quindi a lunghezze d'onda sempre più piccole, l'attenuazione introdotta dai gas e dal vapor d'acqua sia sempre più significativa. Si può dunque trascurare l'effetto di questi ultimi solo a brevi di distanze di osservazione e a frequenze inferiori ai 6 GHz.

Consideriamo ora l'attenuazione dovuta alla presenza di nubi. Supponendo che le particelle che le compongano siano tali da soddisfare l'approssimazione di Rayleigh, sappiamo che la diffusione da esse introdotta è più piccola rispetto all'assorbimento e possiamo scrivere  $\sigma_e = \sigma_a$ .

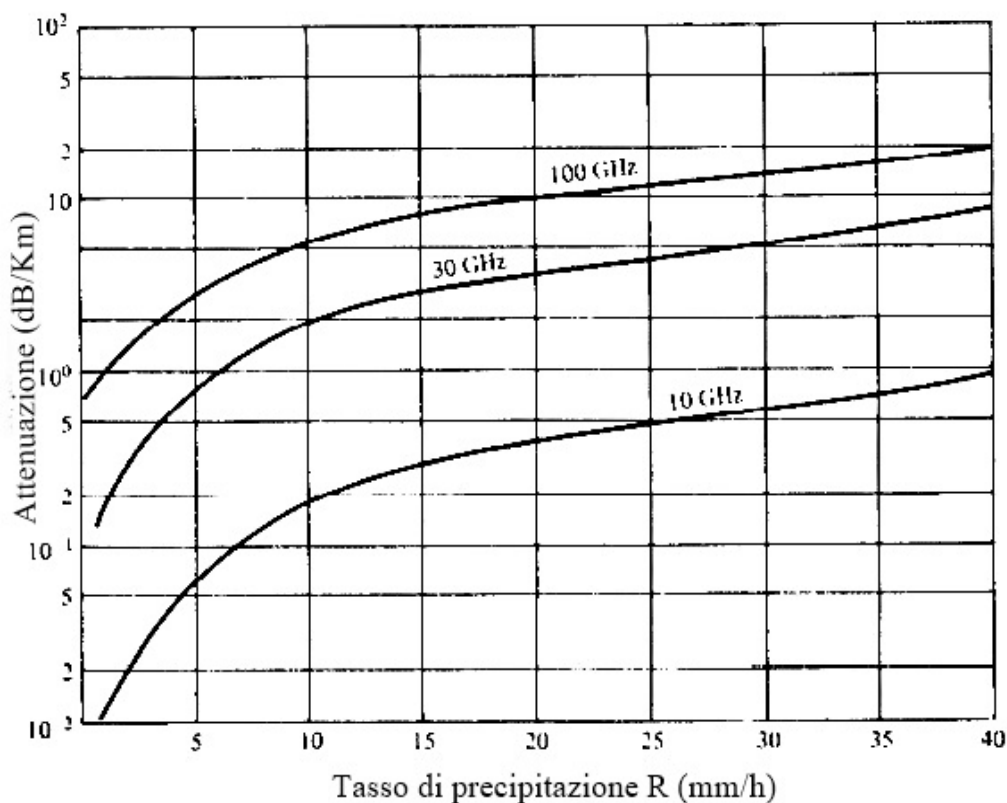
Indicando con  $\rho$  la densità in  $g/m^3$  delle particelle d'acqua (legata ad  $M$  dalla Eq. (2.74) ) abbiamo

$$k_c = 0.4343 \frac{6\pi \text{Im}(-K)}{\rho \lambda} \quad (2.83)$$

ovvero l'attenuazione  $a_c$  aumenta con la temperatura e al decrescere della lunghezza d'onda.

Per quanto riguarda le precipitazioni, la maggior parte di esse non soddisfa le condizioni dell'approssimazione di Rayleigh per l'attenuazione e vengono quindi usate le formule di Mie.

In figura 2.12 è riportato il valore dell'attenuazione in funzione del tasso di precipitazione  $R$  per gocce sferiche con distribuzione  $N(D)$  esponenziale:



**Figura 2.12** – Attenuazione da pioggia al variare del tasso di precipitazione, a frequenze di 10,30,100 GHz.

Osserviamo che l'attenuazione introdotta da precipitazioni aumenta all'aumentare del tasso  $R$ , così come all'aumentare delle frequenze di lavoro.

La variazione di  $k_p$  in funzione di  $R$  può essere espressa con buona precisione da una relazione del tipo:

$$k_p = aR^\gamma \quad \text{dB/Km} \quad (2.84)$$

dove  $a$  e  $\gamma$  dipendono dalla frequenza e dalla temperatura.

Notiamo, però, che all'aumentare della lunghezza d'onda l'effetto della temperatura aumenta e l'attenuazione  $k_p$  diminuisce, quindi alle usuali frequenze radar le variazioni dell'attenuazione da pioggia dovute alla temperatura possono essere considerate di poca importanza.

Nel caso particolare di neve, l'attenuazione da essa introdotta è dovuta agli effetti cumulativi dell'assorbimento e della diffusione da parte dei fiocchi di neve; il tasso di attenuazione si ottiene perciò con  $\sigma_e = \sigma_a + \sigma_s$ . Il tasso di precipitazione in caso di neve è comunque raramente superiore ai 4 mm/h, cosicché l'attenuazione corrispondente è trascurabile, a meno che non si considerino lunghezze d'onda minori di 3 cm.

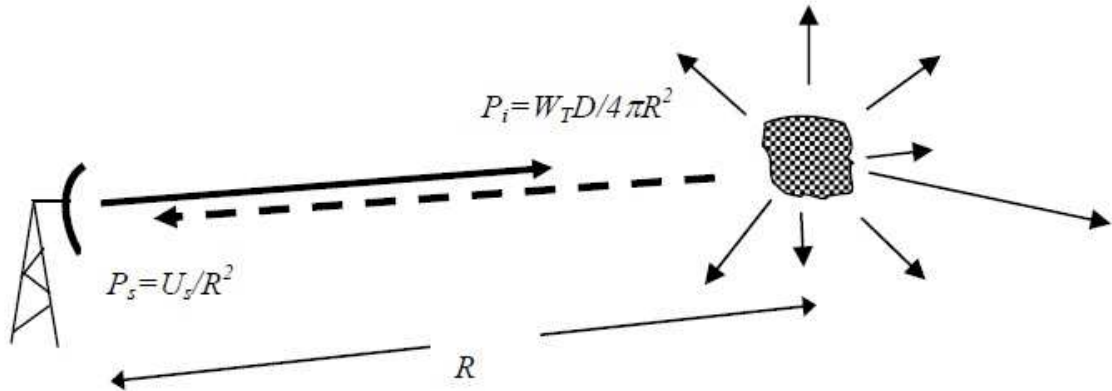
Infine, consideriamo il caso di grandine. Questa contiene, generalmente, grandi particelle ( $D_{max} > 6 \text{ mm}$ ) le cui proprietà dielettriche non sono omogenee, la cui forma non è sferica e la cui superficie cambia rapidamente. Quindi, solo se le proprietà fisiche della popolazione di chicchi di grandine sono conosciute con adeguata completezza è possibile studiare l'attenuazione da essa introdotta con una certa generalità.

## 2.12 Equazione del radar meteorologico

Vediamo in questo paragrafo in che modo l'equazione radar viene modificata nel caso di diffusori singoli o distribuiti in un volume, supponendo di irradiare e ricevere la polarizzazione di tipo orizzontale. Quest'ultima è infatti la più idonea a rilevare gocce di pioggia che hanno forma obblata, poiché l'asse orizzontale è maggiore di quello verticale.

### 2.12.1 Equazione per diffusore singolo

Consideriamo la situazione in figura 2.13:



**Figura 2.13** – Caso di diffusore singolo a distanza R dal radar.

Abbiamo un singolo diffusore localizzato in un punto dello spazio definito dalle coordinate sferiche  $r, \theta, \phi$ , dove  $r$  è la distanza dal radar, mentre  $\theta$  e  $\phi$  sono rispettivamente gli angoli polare e di azimuth, misurati rispetto alla direzione di puntamento dell'antenna radar.

Se viene trasmessa una potenza  $W_{Th}$ , dove  $h$  sta ad indicare la polarizzazione orizzontale, allora la densità di potenza incidente sul diffusore è

$$P_{ih}(\theta, \phi) = \frac{W_{Th}}{4\pi r^2} G_M |F_n(\theta, \phi)|^2 L \quad (2.85)$$

dove  $G_M$  e  $|F_n(\theta, \phi)|^2$  sono il guadagno massimo e il diagramma di radiazione normalizzato in campo dell'antenna radar, mentre  $L$  rappresenta l'attenuazione del percorso radar-diffusore.

Dal momento che le proprietà del diffusore sono sconosciute, è conveniente assumere che esso irradia isotropicamente la potenza intercettata. Si definisce *sezione trasversa di retrodiffusione*  $\sigma_{bhh}$  l'area che intercetta la frazione di potenza incidente, la quale, se irradiata isotropicamente, determina sul ricevitore radar la stessa densità di potenza  $P_{sh}$  effettivamente prodotta dal diffusore, ovvero

$$P_{ih}(\theta, \phi) \sigma_{bhh} = 4\pi r^2 P_{sh} \quad (2.86)$$

Come sappiamo,  $\sigma_{bhh}$  dipende da molti fattori, tra cui forma e dimensioni della particella, orientamento rispetto alla direzione di propagazione della radiazione radar e fattore dielettrico  $K$ .

Possiamo quindi scrivere il *flusso delle densità di potenza retrodiffusa* come

$$P_{sh} = \frac{W_{Th}}{(4\pi r^2)^2} G_M |F_n(\theta, \phi)|^2 L^2 \sigma_{bhh} \quad (2.87)$$

La potenza raccolta dall'antenna ricevente con apertura effettiva  $A_e$  è  $W_{Rh} = A_e P_{sh}$ , dove  $A_e$  può essere espressa in funzione del guadagno e della lunghezza d'onda:

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_M |F_n(\theta, \phi)|^2 \frac{1}{\eta_r} \quad (2.88)$$

dove  $\eta_r$  è l'efficienza dell'antenna. Quindi assumendo che venga usata la stessa antenna sia per la trasmissione che per la ricezione, la potenza ricevuta è

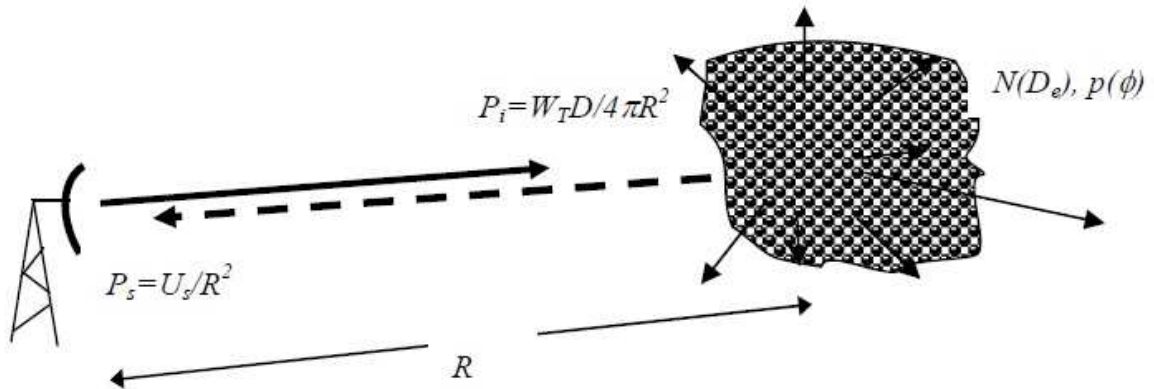
$$W_{Rh} = \left( \frac{W_{Th} G_M^2 |F_n(\theta, \phi)|^4 \lambda^2 L_r}{\eta_r (4\pi)^3} \right) \frac{L^2 \sigma_{bhh}}{r^4} \quad (2.89)$$

dove  $L_r$  è l'attenuazione dovuta all'ampiezza finita della banda passante del ricevitore. In particolare, per un diffusore situato lungo la direzione del raggio radar,  $|F_n(\theta, \phi)|^2 = 1$ .

Dall'Eq. (2.89), osserviamo che la potenza ricevuta è proporzionale alla potenza trasmessa e al quadrato del guadagno d'antenna. Inoltre, poiché sia  $G_M$  che  $\sigma_b$  dipendono da  $\lambda$ , la potenza ricevuta non è direttamente proporzionale a  $\lambda^2$ , bensì è inversamente proporzionale a quest'ultima.

### 2.12.2 Equazione per diffusori distribuiti volumetricamente

Prendiamo stavolta in considerazione la situazione in figura 2.14:



**Figura 2.14** – Caso di più diffusori distribuiti nello stesso volume  $V$ .

Questa volta abbiamo più diffusori simultaneamente presenti in uno stesso volume  $V$  illuminato dal raggio radar. Nell'ipotesi che la distribuzione di tali diffusori sia omogenea, ad es. tutte gocce di pioggia, e che le fasi delle radiazioni diffuse siano distribuite casualmente, la sezione di retrodiffusione risulta pari alla somma delle sezioni di retrodiffusione di ogni singolo diffusore presente nel volume. Ovvero:

$$\sum_V \sigma_{bhh}(i) = V \sum_V \frac{\sigma_{bhh}(i)}{V} = V \eta_{hh} \quad (2.90)$$

dove  $\eta_{hh}$  rappresenta la sezione di retrodiffusione media per unità di volume.

Nel caso di diffusori omogenei distribuiti uniformemente nel volume  $V$ , possiamo quindi scrivere

$$\overline{W_{Rh}} = \left( \frac{W_{Th} G_M^2 \lambda^2 L_r}{\eta_r (4\pi)^3} \right) \int_V |F_n(\theta, \phi)|^4 \frac{L^2 \eta_{hh}}{r^4} dV \quad (2.91)$$

con  $dV = r^2 dr d\Omega$  e con  $d\Omega$  elemento di angolo solido. Nella maggior parte dei casi si può assumere che la distribuzione di potenza nel lobo principale sia rappresentata da una funzione Gaussiana del tipo:

$$|F_n(\theta, \phi)|^2 = \exp \left[ - \left( \frac{\theta^2}{2\sigma_\theta^2} + \frac{\phi^2}{2\sigma_\phi^2} \right) \right] \quad (2.92)$$

dove  $\sigma_\theta$  e  $\sigma_\phi$  sono le deviazioni standard della funzione.

In queste condizioni e nell'ipotesi di poter trascurare i lobi secondari, si ha

$$\int_{\Omega_{ML}} |F_n(\theta, \phi)|^4 d\Omega = \frac{\pi \theta_0 \phi_0}{8 \ln 2} \quad (2.93)$$

dove  $\theta_0$  e  $\phi_0$  sono le larghezze del lobo principale a 3 dB. L'errore che si commette nel trascurare i lobi secondari è inferiore a 0.2 dB ed è quindi trascurabile. Si ottiene dunque la seguente forma per l'espressione della potenza media ricevuta:

$$\overline{W_{Rh}} \cong CL^2 \frac{\eta_{hh}}{r^2} \quad (2.94)$$

dove  $C$  è una costante dipendente dalle caratteristiche del radar. Notiamo infine che il guadagno è proporzionale a  $1/\theta_0 \phi_0$ ; ne deduciamo che per un insieme di diffusori distribuiti in un volume la potenza ricevuta è proporzionale a guadagno dell'antenna, mentre per un diffusore singolo, questa è proporzionale al quadrato del guadagno.

## CAPITOLO 3

### FILTRO ADATTATO E FUNZIONI DI AMBIGUITÀ

#### 3.1 Il filtro adattato

In questo terzo capitolo andiamo a presentare il filtro adattato, argomento fondamentale in quasi tutti i sistemi radar. In particolare, dapprima vedremo tutte le sue caratteristiche principali mentre, in una seconda fase, sarà descritta la funzione di ambiguità.

Questa, rappresenta l'uscita del filtro adattato e ne verranno presentate vari tipi.

Partiamo dall'analisi del filtro adattato.

La caratteristica fondamentale di un filtro adattato è fornire in uscita il massimo valore ottenibile per il SNR, avendo in ingresso un segnale rumoroso additivo bianco. In particolare, il SNR viene massimizzato a qualche ritardo  $t_0$  corrispondente alla vera distanza  $R_0 = ct_0/2$  dall'obiettivo.

La figura 3.1 mostra un diagramma a blocchi semplificato per il ricevitore radar di interesse.

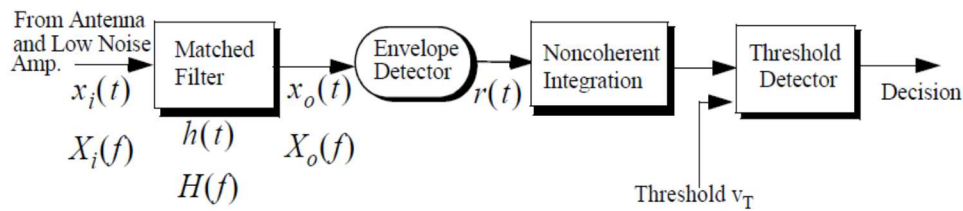


Figura 3.1 – Schema a blocchi semplificato di un ricevitore radar.

##### 3.1.1 SNR in uscita

Facciamo le seguenti posizioni per derivare funzione di trasferimento e risposta impulsiva del filtro:

- $h(t)$  : risposta impulsiva del filtro;
- $H(f)$  : funzione di trasferimento del filtro;
- $x_i(t)$  : segnale d'ingresso;
- $X_i(f)$  : trasformata di Fourier del segnale d'ingresso;
- $x_o(t)$  : segnale d'uscita;
- $X_o(f)$  : trasformata di Fourier del segnale d'uscita;
- $n_i(t)$  : segnale rumoroso d'ingresso;
- $N_i(f)$  : spettro di densità di potenza o PSD (Power Spectrum Density) del rumore d'ingresso;
- $n_o(t)$  : segnale rumoroso d'uscita;
- $N_o(f)$  : PSD del segnale rumoroso d'uscita;

Scriviamo il segnale d'ingresso del filtro come:

$$s_i(t) = x_i(t - t_0) + n_i(t) \quad (3.1)$$

Dove  $t_0$  è un ritardo sconosciuto proporzionale alla distanza dall'obiettivo. Il segnale di uscita del filtro è

$$s_o(t) = x_o(t - t_0) + n_o(t) \quad (3.2)$$

dove

$$n_o(t) = n_i(t) \otimes h(t) \quad (3.3)$$

$$x_o(t) = x_i(t) \otimes h(t) \quad (3.4)$$

L'operatore  $\otimes$  indica la convoluzione fra due funzioni. La trasformata di Fourier FT (Fourier Transform) dell'Eq. (3.4) è

$$X_o(f) = X_i(f)H(f) \quad (3.5)$$

Conseguentemente, il segnale di uscita al tempo  $t_0$  può essere calcolato come l'inverso della FT  $X_o(f)$

$$x_o(t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} X_i(f)H(f)e^{j2\pi ft_0}df \quad (3.6)$$

Inoltre, la potenza totale di rumore in uscita al filtro può essere ottenuta usando il teorema di Parseval

$$X_o = \int_{-\infty}^{\infty} N_i(f)|H(f)|^2df \quad (3.7)$$

Essendo la potenza del segnale di uscita uguale al modulo quadro dell'Eq. (4.6), il SNR al tempo  $t_0$  sarà

$$SNR(t_0) = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} X_i(f)H(f)e^{j2\pi ft_0}df \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} N_i(f)|H(f)|^2df} \quad (3.8)$$

Ricordando la disuguaglianza di Schwarz<sup>14</sup> possiamo dire che il SNR è massimo quando

$$H(f) = K \frac{X_i^*(f)e^{-j2\pi ft_0}}{N_i(f)} \quad (3.9)$$

La risposta impulsiva può quindi essere calcolata come la FT inversa dell'Eq. (3.9)

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} K \frac{X_i^*(f)e^{-j2\pi ft_0}}{N_i(f)} e^{j2\pi ft}df \quad (3.10)$$

Un caso di grande interesse per i sistemi radar si verifica quando il segnale rumoroso d'ingresso è un rumore bianco limitato in banda, con PSD

$$N_i(f) = \eta_0/2 \quad \text{Joules} \quad (3.11)$$

dove  $\eta_0$  è una costante. Ponendo per semplicità nell'Eq. (3.10)  $K = \eta_0/2$  e ponendo  $N_i(f)$  pari al valore dato dall'Eq. (3.11) abbiamo

---

<sup>14</sup> La disuguaglianza di Schwarz afferma che  $\frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} X_1(f)X_2(f)df \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |X_1(f)|^2df} \leq \int_{-\infty}^{\infty} |X_2(f)|^2df$  e che il segno di uguale si ha solo per  $X_1(f) = KX_2^*(f)$ , essendo  $K$  una costante arbitraria.

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [X_i^*(f) e^{-j2\pi f t_0}] e^{j2\pi f t} df \quad (3.12)$$

che può essere scritta come

$$h(t) = x_i^*(t_0 - t) \quad (3.13)$$

L'Eq. (3.13) giustifica il nome dato al filtro adattato.

Sotto la condizione fornita dall'Eq. (3.11) il massimo valore istantaneo all'uscita del filtro è pari a:

$$SNR(t_0) = \frac{|\int_{-\infty}^{\infty} X_i(f) H(f) e^{j2\pi f t_0} df|^2}{\eta_0/2} \quad (3.14)$$

Osservando che, per il teorema di Parseval il numeratore dell'Eq. (3.14) è l'energia del segnale d'ingresso,  $E_x$ , possiamo anche scrivere

$$SNR(t_0) = \frac{2E_x}{\eta_0} \quad (3.15)$$

L'Eq. (3.15) ci permette di affermare che il valore di picco del  $SNR$  dipende solamente dall'energia del segnale e dalla potenza di rumore, in ingresso al filtro.

Osserviamo che, come indicato dall'Eq. (3.13), la risposta impulsiva  $h(t)$  potrebbe non essere causale se il valore di  $t_0$  è minore della durata del segnale. Generalmente, quindi, al fine di garantire la causalità viene aggiunto nella  $h(t)$  un termine di ritardo  $\tau_0$ , in modo che  $\tau_0 \leq T$ .  $T$  è la durata del segnale.

### 3.1.2 Valore medio e varianza dell'uscita

Essendo il filtro adattato, anzitutto un filtro, esso sarà certamente un sistema LTI.

Conseguentemente, se il suo ingresso è un rappresentabile tramite un processo Gaussiano, lo sarà anche la sua uscita. Per il nostro scopo, consideriamo le seguenti due ipotesi.

La prima,  $H_0$ , è quella per cui l'ingresso del filtro è costituito solo da rumore

$$s(t) = n_i(t) \quad (3.16)$$

dove  $n_i(t)$  è un rumore bianco Gaussiano con valor medio nullo e PSD pari a  $\eta_0/2$ .

La seconda ipotesi  $H_1$ , invece, prevede che l'ingresso sia formato oltre che dal rumore anche dal segnale

$$s(t) = x_i(t) + n_i(t) \quad (3.17)$$

Denotiamo i valori medi e le varianze condizionati dalle ipotesi fatte come segue:

$E[s_0/H_0]$ , il valor medio di  $s_0(\tau_0)$ , quando il segnale è assente;  $E[s_0/H_1]$ , il valor medio di  $s_0(\tau_0)$ , quando il segnale è presente;  $Var[s_0/H_0]$ , il valor medio di  $s_0(\tau_0)$ , quando il segnale è assente;  $Var[s_0/H_1]$ , il valor medio di  $s_0(\tau_0)$ , quando il segnale è presente. Segue perciò che

$$E[s_0/H_0] = 0 \quad (3.18)$$

$$E[s_0/H_1] = \int_{-\infty}^{\infty} |x_i(t)|^2 dt = E_x \quad (3.19)$$

$$Var[s_0/H_0] = Var[s_0/H_1] = E_x \eta_0/2 \quad (3.20)$$



### 3.1.3 Formula generale per il segnale in uscita

Di seguito analizziamo due casi: il primo è quello in cui abbiamo un obiettivo fermo; nel secondo, invece, il nostro obiettivo si muove con velocità costante. Assumiamo che la distanza dall'obiettivo sia

$$R(t) = R_0 - v(t - t_0) \quad (3.21)$$

con  $v$  velocità radiale dell'obiettivo. La distanza iniziale di rilevamento è data da

$$t_0 = \frac{2R_0}{c} \quad (3.22)$$

dove  $t_0$  è il tempo impiegato da un impulso radar per andare e tornare dall'obiettivo a distanza  $R_0$ . L'espressione generale per il segnale radar è

$$s(t) = s_I(t) \sin 2\pi f_0 t - s_Q(t) \cos 2\pi f_0 t \quad (3.23)$$

Che può essere scritto usando il segnale analitico

$$s(t) = \text{Re}\{\Psi(t)\} = \text{Re}\{\tilde{s}(t)e^{j2\pi f_0 t}\} \quad (3.24)$$

essendo  $\tilde{s}(t)$  l'involuppo complesso di  $s(t)$ .

Il segnale di uscita dal filtro può essere espresso, invece, come

$$s_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(u)h(t-u)du \quad (3.25)$$

Nel caso di obiettivo stazionario l'uscita del filtro adattato può essere in definitiva scritta come

$$s_o(t) = e^{-j2\pi f_0 t_0} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}(z)s^*(t-z)dz = e^{-j2\pi f_0 t_0} \overline{R_s}(t) \quad (3.26)$$

dove  $z = u - t_0$  e avendo indicato con  $\overline{R_s}(t)$  la funzione di autocorrelazione del segnale  $\tilde{s}(t)$ .

Nel caso di obiettivo in movimento, il segnale ricevuto non solo è ritardato nel tempo di  $t_0$  ma subisce anche una deviazione di frequenza Doppler pari a  $f_d = 2vf_0/c = 2v/\lambda$ .

Se vale la condizione  $v \ll c$ , si verifica che il segnale di uscita può essere scritto come

$$s_o(t, f_d) = e^{-j2\pi f_0 t_0} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}(z)\tilde{s}^*(t-z)e^{j2\pi f_d z}dz \quad (3.27)$$

Dove abbiamo messo in evidenza che in questo caso il segnale di uscita del filtro è funzione sia del tempo  $t$  che della frequenza Doppler  $f_d$ .

## 3.2 Risoluzione di una forma d'onda e ambiguità

Come visto nel paragrafo 3.1 la sensibilità di un radar dipende solo dall'energia del segnale ricevuto mentre è indipendente dalla forma dell'onda utilizzata.

La domanda sorge quindi spontanea: come scegliere il più adatto tipo di forma d'onda da trasmettere?

La risposta dipende da vari fattori; tuttavia, le considerazioni più importanti si traggono dalle caratteristiche del campo di risoluzione e della frequenza Doppler dell'onda.

Questi, a loro volta, possono essere determinati dall'uscita del filtro adattato.

Come visto nel capitolo 1, il campo di risoluzione implica la distinzione tra diversi obiettivi in termini di distanza. Alternativamente, la risoluzione Doppler implica la distinzione tra diversi obiettivi in termini di frequenza. Pertanto, ambiguità e accuratezza di questa distinzione, sono termini strettamente correlati.

### 3.2.1 Campo di risoluzione

Consideriamo dei segnali di ritorno verso il radar, provenienti da due oggetti stazionari ( $f_d = 0$ ) separati da una distanza  $\Delta R$ . Vogliamo trovare il minimo valore di  $\Delta R$  affinché il radar interpreti il segnale di ritorno come due oggetti distinti.

Per rispondere, procediamo per passi. Cominciamo con l'assumere che il segnale trasmesso sia

$$x(t) = r(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi(t)) \quad (3.28)$$

dove  $f_0$  è la frequenza della portante, mentre  $r(t), \phi(t)$  sono rispettivamente ampiezza e fase della modulante. Il segnale  $x(t)$  può essere espresso come la parte reale del segnale analitico

$$x(t) = \text{Re}\{\Psi(t)\} \quad (3.29)$$

essendo questo

$$\Psi(t) = r(t)e^{j(2\pi f_0 t + \phi(t))} \quad (3.30)$$

mentre l'involuppo complesso

$$\tilde{x}(t) = r(t)e^{-j\phi(t)} \quad (3.31)$$

I segnali di ritorno dai due obiettivi, sono, rispettivamente

$$x_1(t) = \Psi(t - \tau_0) \quad (3.32)$$

$$x_2(t) = \Psi(t - \tau_0 - \tau) \quad (3.33)$$

Avendo chiamato con  $\tau$  la differenza fra i ritardi dei due segnali di ritorno.

Possiamo assumere che il tempo di riferimento sia  $\tau_0$  e, senza perdita di generalità, porre  $\tau_0 = 0$ .

Ora, per misurare la differenza in distanza tra i due obiettivi, consideriamo il seguente errore al quadrato integrale, denominato  $\varepsilon_R^2$

$$\varepsilon_R^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(t) - \Psi(t - \tau)|^2 dt \quad (3.34)$$

Sviluppando il modulo al quadrato nell'integrale e usando l'Eq. (3.30) e (3.31) si ha

$$\varepsilon_R^2 = 2 \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{x}(t)|^2 dt - 2 \text{Re} \left\{ e^{-j\omega_0 \tau} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}^*(t) \tilde{x}(t - \tau) dt \right\} \quad (3.35)$$

Questo errore quadratico è minimo quando il secondo termine dell'Eq. (3.35) è positivo e massimo.

Notiamo che tale secondo termine a differenza del primo è funzione di  $\tau$ ; in particolare, l'integrale all'interno dell'operatore parte reale è definito come la funzione di ambiguità del range

$$\chi_R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}^*(t) \tilde{x}(t - \tau) dt \quad (3.36)$$

Osserviamo che questo integrale è equivalente a quello dato dall'Eq. (3.26) se poniamo  $t_0 = 0$  e, quindi, possiamo affermare che l'uscita del filtro adattato e la funzione di ambiguità del range hanno lo stesso inviluppo. Questo comporta che il filtro adattato, oltre a fornire il massimo valore istantaneo di  $SNR$ , preserva in aggiunta le proprietà del segnale in termini di campo di risoluzione.

La risolubilità dell'obiettivo in termini di distanza viene misurata tramite  $\chi_R(\tau)^2$ .

Segue che se  $|\chi_R(\tau)| = \chi_R(0)$  per qualche valore di  $\tau \neq 0$ , allora i due obiettivi saranno indistinguibili.

Come conseguenza, la forma d'onda desiderabile per  $\chi_R(\tau)$  è un impulso molto stretto, centrato in  $\tau = 0$ , che decade molto rapidamente lontano dal suo picco.

### 3.2.2 Risoluzione in frequenza

La FT del segnale analitico è data da

$$\Psi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (3.37)$$

A causa del fatto che all'obiettivo è associato una frequenza Doppler  $f_d$ , lo spettro del segnale ricevuto sarà traslato di  $f_d$ .

Per distinguere due obiettivi posizionati alla stessa distanza ma aventi differenti velocità, si può usare ancora l'errore al quadrato integrale

$$\varepsilon_f^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(f) - \Psi(f - f_d)|^2 df \quad (3.38)$$

svolgendo un'analisi simile a quella fatta nel sotto-paragrafo 3.2.1.

La funzione complessa di correlazione in frequenza è poi definita come

$$\chi_f(f_d) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{X}^*(2\pi f) \tilde{X}(2\pi f - 2\pi f_d) df = \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{x}(t)|^2 e^{j2\pi f_d t} dt \quad (3.39)$$

La velocità di risoluzione (risoluzione Doppler) è definita come

$$\Delta v = (c \Delta f_d) / (2f_0) \quad (3.40)$$

dove  $\Delta f_d = f_{d1} - f_{d2}$  è la minima differenza rilevabile tra le frequenze Doppler del primo ( $f_{d1}$ ) e del secondo obiettivo ( $f_{d2}$ ).

### 3.2.3 Risoluzione in frequenza e campo di risoluzione combinati

In questo caso generale, occorrerà utilizzare una funzione delle due variabili  $(\tau, f_d)$ .

Ancora una volta, si procede calcolando l'errore al quadrato integrale analogamente a quanto fatto nei sotto-paragrafi precedenti. In particolare, per i nostri scopi, consideriamo direttamente la funzione di correlazione combinata di distanza e frequenza Doppler, definita come

$$\chi(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}(t) \tilde{x}^*(t - \tau) e^{j2\pi f_d t} dt \quad (3.41)$$

Al fine di ottenere il miglior risoluzione Doppler e di distanza, il modulo quadro di questa funzione deve essere minimizzato per  $\tau \neq 0$ ,  $f_d \neq 0$ .

Notiamo che l'uscita del filtro adattato, a parte per un termine di fase, è uguale alla funzione definita dall'Eq. (3.53). Questo significa che l'uscita del filtro fornisce sia il massimo valore di  $SNR$  sia la più alta risoluzione Doppler e di distanza ottenibile.

Il modulo quadro dell'Eq. (3.41) è conosciuto come la *funzione di ambiguità*

$$|\chi(\tau, f_d)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}(t) \tilde{x}^*(t - \tau) e^{j2\pi f_d t} dt \right|^2 \quad (3.42)$$

Questa viene spesso usata dagli ingegneri per determinare la bontà di una data forma d'onda usata in sistemi radar, misurata tramite la sua risoluzione Doppler e di distanza.

### 3.3 Incertezza sulle misure

L'Eq. (3.41) rappresenta l'uscita del filtro adattato quando il segnale al suo ingresso non comprende rumore, un'ipotesi praticamente mai vera. Il rumore è assunto in genere essere un processo randomico, additivo, incorrelato con il segnale proveniente dall'obiettivo, avente un spettro bianco limitato in banda.

Con riferimento all'Eq. (3.41), un picco all'uscita del filtro adattato in  $(\tau_1, f_{d1})$  rappresenta un obiettivo il cui ritardo (distanza) corrisponde a  $\tau_1$  e la cui frequenza Doppler vale  $f_{d1}$ . Pertanto, per misurare l'esatta distanza e frequenza dell'obiettivo occorre la posizione del picco nel piano  $(\tau_1, f_{d1})$ .

Quest'ultima constatazione è però vera solo se il rumore non è presente in ingresso al filtro; la sua presenza, infatti, genererà incertezza sull'esatta localizzazione del picco della funzione di ambiguità.

#### 3.3.1 Incertezza sul range

Assumiamo un obiettivo stazionario. Consideriamo, poi, l'involuppo complesso del segnale ricevuto

$$\tilde{s}_r = \tilde{x}_r(t) + \tilde{n}(t) \quad (3.43)$$

dove  $\tilde{x}_r(t)$  è l'involuppo complesso del segnale di ritorno dall'obiettivo e  $\tilde{n}(t)$  è l'involuppo complesso del rumore.

L'errore al quadrato integrale fra il segnale totale ricevuto e quello trasmesso ritardato è

$$\varepsilon^2 = \int_0^{T_{max}} |\tilde{x}(t - \tau) - \tilde{s}_r(t)|^2 dt \quad (3.44)$$

dove  $T_{max}$  corrisponde al massimo range in considerazione.

Sviluppando l'Eq. (3.44) abbiamo

$$\varepsilon^2 = E_x + E_n - 2Re \left\{ \int_0^{T_{max}} \tilde{x}^*(t - \tau) \tilde{x}_r(t) dt + \int_0^{T_{max}} \tilde{x}^*(t - \tau) \tilde{n}(t) dt \right\} \quad (3.45)$$

Quest'espressione risulta minima quando assumono valore minimo le seguenti funzioni

$$R_{x_r x}(\tau) = \int_0^{T_{max}} \tilde{x}^*(t - \tau) \tilde{x}_r(t) dt \quad (3.46)$$

$$R_{nx}(\tau) = \int_0^{T_{max}} \tilde{x}^*(t - \tau) \tilde{n}(t) dt \quad (3.47)$$

L'errore può quindi essere riscritto come

$$\varepsilon^2 = E_x + E_n - 2Re \{ R_{x_r x}(\tau) + R_{nx}(\tau) \} \quad (3.48)$$

Espandiamo a questo punto la funzione  $R_{x_r x}(\tau)$  in serie di Taylor nell'intorno di  $t_0 = 2R/c$

$$\{R_{x_r x}(\tau)\} \approx R_{x_r x}(t_0) + \frac{R''_{x_r x}(\tau - t_0)^2}{c} \quad (3.49)$$

Ci sarà ora un valore  $\tau_1$  legato a  $t_0$  che minimizzerà l'espressione (3.48). Tale valore si ottiene derivando la quantità  $Re\{R_{x_r x}(\tau) + R_{nx}(\tau)\}$  rispetto a  $\tau$  e ponendo il risultato pari a  $\tau_1$ . Risulta

$$(\tau_1 - t_0) = -\frac{Re\{R'_{nx}(\tau_1)\}}{R''_{x_r x}(t_0)} \quad (3.50)$$

Il valore  $(\tau_1 - t_0)$  rappresenta la quantità di errore nella misurazione di distanza. Dato che il rumore è una grandezza aleatoria, è più significativo calcolare questo errore in termini di deviazione standard  $\sigma_\tau$

$$\sigma_\tau = (\tau_1 - t_0)_{rms} = -\frac{Re\{R'_{nx}(\tau_1)\}_{rms}}{R''_{x_r x}(t_0)} \quad (3.51)$$

Essendo *rms* (*root mean square*) il valore quadratico medio.

Sviluppando numeratore e denominatore dell'Eq. (3.51), la deviazione standard può essere scritta come

$$\sigma_\tau = -\frac{\sqrt{\eta_0/2}}{\sqrt{(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |X(f)|^2 df}} \quad (3.52)$$

dove  $\eta_0/2$  è lo spettro di densità di potenza del rumore.

Ancora, definendo il rms della larghezza di banda come

$$B_{rms}^2 = \frac{(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |X(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df} \quad (3.53)$$

abbiamo in definitiva

$$\sigma_\tau = -\frac{\sqrt{\eta_0/2}}{B_{rms} \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df}} = \frac{\sqrt{\eta_0/2}}{B_{rms} \sqrt{E_x}} = \frac{1}{B_{rms} \sqrt{2E_x/\eta_0}} \quad (3.54)$$

Si può perciò concludere che l'incertezza sul range è inversamente proporzionale al rms della larghezza di banda e alla radice quadrata del rapporto fra energia del segnale e densità di potenza del rumore.

### 3.3.2 Incertezza sulla frequenza Doppler

In questo caso, assumiamo che la distanza dall'obiettivo sia nota.

L'errore al quadrato integrale fra la FT del segnale trasmesso  $x(t)$  e la FT del segnale ricevuto (comprendente il rumore)  $x_r(t)$  è

$$\varepsilon^2 = \int_0^{f_{max}} |X(f - f_c) - X_r(f)|^2 df \quad (3.55)$$

dove  $f_{max}$  è la massima frequenza Doppler dell'obiettivo.

Espandendo l'Eq. (3.55) si ha

$$\varepsilon^2 = \int_0^{f_{max}} |X(f)|^2 df + \int_0^{f_{max}} |X_r(f)|^2 df - 2Re \left\{ \int_0^{f_{max}} |X(f - f_c)^* X_r(f)|^2 df \right\} \quad (3.56)$$

Al fine di minimizzare l'errore, occorre massimizzare l'ultimo termine di quest'espressione. Eseguendo un'analisi simile a quella fatta precedentemente, il rms della durata,  $\tau_{rms}$  può essere definito come

$$\tau_{rms}^2 = \frac{(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |x(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt} \quad (3.57)$$

La deviazione standard nella misurazione della frequenza Doppler sarà quindi data da

$$\sigma_{f_d} = \frac{1}{\tau_{rms} \sqrt{2E_x/\eta_0}} \quad (3.58)$$

Confrontando l'Eq. (3.54) e (3.58) possiamo dire che l'errore nella misurazione della frequenza Doppler è inversamente proporzionale alla durata del segnale, mentre l'errore nella misurazione della distanza è inversamente proporzionale alla sua larghezza di banda.

Pertanto, come ci aspettavamo, una grande larghezza di banda minimizza l'errore quando si stima la distanza e un lungo periodo di integrazione minimizza l'errore quando si stima la frequenza Doppler.

### 3.3.3 Effetto combinato dell'incertezza sulla frequenza Doppler e sul range

Nelle due precedenti sezioni abbiamo derivato la stima dell'errore per la misurazione dell'errore e della frequenza Doppler, assumendo che questi fossero completamente incorrelati.

Di seguito, quindi, vogliamo trovare una formula più generale per l'errore contenente entrambi i parametri.

#### Stima dell'errore di range

Dall'analisi fatta precedentemente, la stima per l'errore del range è ottenuta massimizzando la funzione

$$Re\{R_{ss}(\tau, f_d) + R_{ns}(\tau)\} \quad (3.59)$$

Per qualche fissato valore di  $f_d$  ci sarà un valore di  $\tau_1$  vicino a  $t_0 = 0$  che massimizzerà l'Eq. (3.59).

Tale valore, si trova ancora una volta derivando l'equazione sopra e uguagliandola a zero.

Si ottiene

$$\tau_1 = -\frac{Re\{R'_{ns}(\tau_1) + R'_{ss}(0, f_{d_1})\}}{Re\{R''_{ss}(0, f_{d_1})\}} \approx -\frac{Re\{R'_{ns}(\tau_1) + R'_{ss}(0, f_{d_1})\}}{R''_{ss}(0, 0)} \quad (3.60)$$

Avendo tenuto conto che il valore di  $R''_{ss}(0, f_{d_1})$  non è molto differente da quello di  $R''_{ss}(0, 0)$ .

La quantità  $Re\{R'_{ss}(0, f_{d_1})\}$  può essere determinata come segue<sup>15</sup>

$$Re\{R'_{ss}(0, f_{d_1})\} = -2\pi f_{d_1} \int_{-\infty}^{\infty} t \varphi'(t) r^2(t) dt \quad (3.61)$$

<sup>15</sup> Per la dimostrazione vedere: *Radar Signal Analysis and Processing using Matlab*, Bassem R. Mahafza, Cap. 4, 2009, CRC Press Taylor and Francis Group, Boca Raton (FL).

In tal modo, sostituendo questa espressione nell'Eq. (3.62) otteniamo

$$\tau_1 = - \frac{Re\{R'_{ns}(\tau_1)\} - 2\pi f_{d1} \int_{-\infty}^{\infty} t \varphi'(t) r^2(t) dt}{R''_{ss}(0,0)} \quad (3.62)$$

Questa equazione fornisce una misura del grado di accordo tra la stima del range e della frequenza Doppler. Chiaramente, se  $\varphi = 0 \Rightarrow \varphi'(t) = 0$  e non e le due stime saranno disaccoppiate.

Definiamo, infine, la costante di accoppiamento fra range e frequenza Doppler come

$$\rho_{\tau RDC} = \frac{2\pi \int_{-\infty}^{\infty} t \varphi'(t) |\tilde{s}(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{s}(t)|^2 dt} \quad (3.63)$$

### Stima dell'errore per la frequenza Doppler

Conducendo un'analisi simile a quella svolta nella precedente sezione, possiamo ricavare la seguente espressione per la costante di accoppiamento fra range e frequenza Doppler

$$\rho_{f_d RDC} = \frac{2\pi \int_{-\infty}^{\infty} f \Phi'(f) |\tilde{S}(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{S}(f)|^2 df} \quad (3.64)$$

dove  $\Phi(f)$  è la FT di  $\varphi(t)$ .

Si può dimostrare che le Eq. (3.63) e (3.64) sono uguali, e quindi, d'ora in poi per la costante di accoppiamento si usa normalmente il simbolo generico  $\rho_{RDC}$ .

## 3.4 La funzione di ambiguità – forme d'onda analogiche

La funzione di ambiguità rappresenta l'uscita del filtro adattato e descrive l'interferenza causata dal range e/o spostamento Doppler di un obiettivo rispetto ad un altro obiettivo di uguale RCS.

Questa funzione, valutata in  $(\tau, f_d) = (0,0)$  è uguale all'uscita del filtro adattato che è perfettamente identica al segnale riflesso dall'obiettivo di interesse.

Pertanto, la funzione di ambiguità calcolata per  $(\tau, f_d) \neq (0,0)$  rappresenta il ritorno da qualche range e frequenza Doppler differenti da quelli dell'obiettivo di interesse.

All'inizio di questo capitolo abbiamo derivato l'espressione per l'uscita del filtro adattato e successivamente quella della funzione di ambiguità; quest'ultima data da

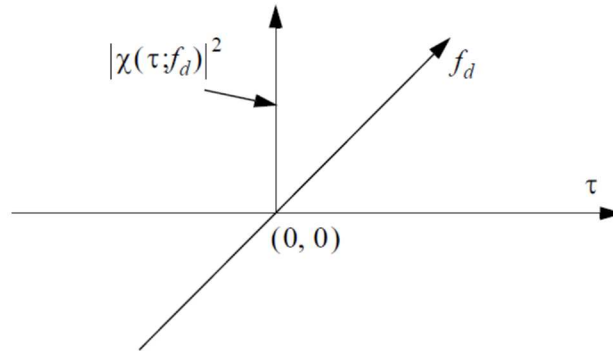
$$|\chi(\tau, f_d)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}(t) \tilde{x}^*(t - \tau) e^{j2\pi f_d t} dt \right|^2 \quad (3.65)$$

Come accennato in precedenza, la funzione di ambiguità è normalmente usata dai progettisti di sistemi radar principalmente per studiare le differenti forme d'onda. Essa può fornire intuitivamente informazioni su come differenti forme d'onda possono essere adottate per le varie applicazioni radar. Inoltre, viene utilizzata per determinare il campo di risoluzione e la risoluzione Doppler, per una data forma d'onda.

Di seguito, andiamo ad analizzare diversi tipi di funzioni di ambiguità.

La funzione di ambiguità ideale è rappresentata da un impulso infinitamente stretto in banda che ha il picco nell'origine del piano e ed è zero altrove. Una tale funzione fornisce una perfetta risoluzione tra obiettivi vicini, senza tenere di quanto questi possano essere vicini tra loro.

Sfortunatamente, una funzione di ambiguità ideale non può fisicamente esistere perché essa dovrebbe avere contemporaneamente un valore di picco e un volume pari a  $(2E_x)^2$ .<sup>16</sup>



**Figura 3.2** – Funzione di ambiguità ideale

### 3.4.1 Singolo impulso

L'involuppo complesso di un singolo impulso è definito come

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{\sqrt{\tau_0}} \text{Rect}\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \quad (3.66)$$

Dall'Eq. (3.41) abbiamo

$$\chi(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}(t) \tilde{x}^*(t - \tau) e^{j2\pi f_d t} dt \quad (3.67)$$

sostituendo l'Eq. (3.67) in quest'ultima, ed eseguendo l'integrale otteniamo

$$|\chi(\tau, f_d)|^2 = \left| \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_0}\right) \frac{\sin(\pi f_d(\tau_0 - |\tau|))}{\pi f_d(\tau_0 - |\tau|)} \right|^2 \quad (3.68)$$

### 3.4.2 Singolo impulso con LFM (linear frequency modulation)

L'involuppo complesso del segnale, in questo caso, è definito come

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{\sqrt{\tau_0}} \text{Rect}\left(\frac{t}{\tau_0}\right) e^{j\pi \mu t^2} \quad (3.69)$$

Al fine di ricavare la funzione di ambiguità, occorre considerare separatamente il caso  $0 \leq \tau \leq \tau_0$  da quello  $-\tau_0 \leq \tau \leq 0$ . Si può mostrare che, nel sostituire l'Eq. (3.69) nella (3.67) e integrando, si ottiene lo stesso risultato nei due casi (grazie alla proprietà di simmetria della funzione di ambiguità  $|\chi(\tau, f_d)| = |\chi(-\tau, -f_d)|$ ). Un'espressione generale per il risultato è quindi:

<sup>16</sup> Due proprietà generali che deve soddisfare una funzione di ambiguità sono le seguenti:

- 1)  $\max\{|\chi(\tau, f_d)|^2\} = |\chi(0,0)|^2 = (2E_x)^2$
- 2)  $\iint |\chi(\tau, f_d)|^2 d\tau df_d = (2E_x)^2$



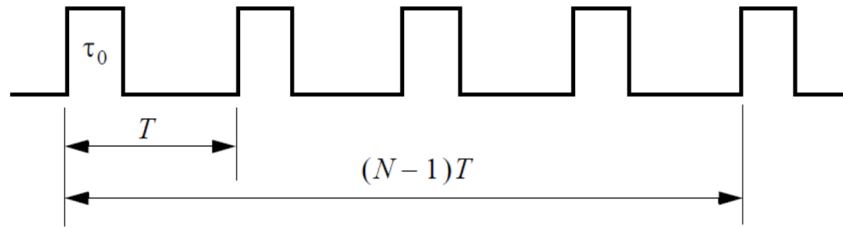
$$\chi(\tau, f_d) = e^{j\pi\tau f_d} \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_0}\right) \frac{\sin\left(\pi\tau_0(\mu\tau + f_d)\left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_0}\right)\right)}{\pi\tau_0(\mu\tau + f_d)\left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_0}\right)} \quad \text{per } |\tau| \leq \tau_0 \quad (3.70)$$

mentre, la funzione di ambiguità sarà

$$|\chi(\tau, f_d)|^2 = \left| \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_0}\right) \frac{\sin\left(\pi\tau_0(\mu\tau + f_d)\left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_0}\right)\right)}{\pi\tau_0(\mu\tau + f_d)\left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_0}\right)} \right|^2 \quad \text{per } |\tau| \leq \tau_0 \quad (3.71)$$

### 3.4.3 Treno di impulsi coerenti

La figura 3.3 mostra un diagramma di un treno di impulso coerenti. La larghezza degli impulsi è pari a  $\tau_0$  e il PRI vale  $T$ . Il numero degli impulsi nel treno è  $N$ , quindi, la lunghezza di questo è di  $(N - 1)T$  secondi.



**Figura 3.3** – Treno di impulsi coerenti (N=5)

Un singolo impulso normalizzato è definito come

$$\tilde{x}_1(t) = \frac{1}{\sqrt{\tau_0}} \text{Rect}\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \quad (3.72)$$

Se la coerenza è rispettata fra due impulsi consecutivi, l'espressione per il treno di impulsi normalizzato è

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=0}^{N-1} \tilde{x}_1(t - iT) \quad (3.73)$$

L'uscita del filtro si ottiene nuovamente sostituendo l'Eq. (3.73) nella (3.67). Si ha

$$\chi(\tau, f_d) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} e^{j2\pi f_d iT} \sum_{j=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}_1(t_1) \tilde{x}_1^*(t_1 - [\tau - (i-j)T]) e^{j2\pi f_d i t_1} dt_1 \quad (3.74)$$

dove  $t_1 = t - iT$ . L'integrale all'interno della seconda sommatoria rappresenta l'uscita del filtro adattato per un singolo impulso, e lo denotiamo con  $\chi_1$ . Possiamo quindi scrivere

$$\chi(\tau, f_d) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} e^{j2\pi f_d iT} \sum_{j=0}^{N-1} \chi_1(\tau - (i-j)T, f_d) \quad (3.75)$$

Con semplici passaggi si può calcolare la prima sommatoria di questa espressione<sup>17</sup>, ottenendo la seguente forma per l'Eq. (3.75)

$$\chi(\tau, f_d) = \frac{1}{N} \sum_{q=-(N-1)}^{N-1} \chi_1(\tau - qT, f_d) e^{j\pi f_d(N-1+q)T} \frac{\sin(\pi f_d(N - |q|)T)}{\sin(\pi f_d T)} \quad (3.76)$$

dove  $q = i - j$ .

I due fattori più a destra presenti nella sommatoria rappresentano l'impatto del treno sulla funzione di ambiguità, mentre il primo fattore è responsabile della sua forma.

La funzione di ambiguità sarà quindi data dal modulo quadro dell'Eq. (3.76).

Per  $\tau_0 < T/2$ , la funzione di ambiguità si riduce a

$$|\chi(\tau, f_d)| = \frac{1}{N} \sum_{q=-(N-1)}^{N-1} |\chi_1(\tau - qT, f_d)| \left| \frac{\sin(\pi f_d(N - |q|)T)}{\sin(\pi f_d T)} \right| \quad \text{per } |\tau| \leq NT \quad (3.77)$$

nell'intervallo  $|\tau| \leq \tau_0 \Rightarrow q = 0$  e l'Eq. (3.77) può essere riscritta come

$$|\chi(\tau, f_d)| = |\chi_1(\tau, f_d)| \left| \frac{\sin(\pi f_d NT)}{N \sin(\pi f_d T)} \right| \quad \text{per } |\tau| \leq \tau_0 \quad (3.78)$$

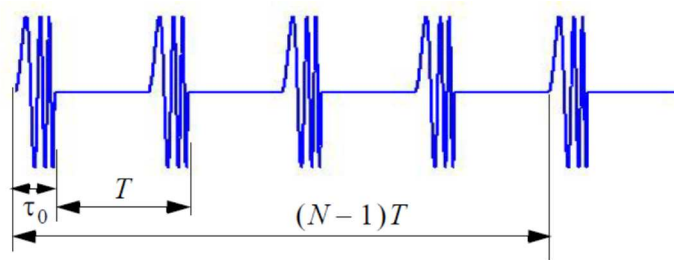
Quindi, vediamo che la funzione di ambiguità per un treno di impulsi coerenti è data dalla sovrapposizione delle funzioni di ambiguità dei singoli impulsi che compongono il treno.

### 3.4.4 Treno di impulsi coerenti con LFM

In questo caso, il segnale è dato da quello della precedente sezione eccetto che per la modulazione LFM di ogni singolo impulso.

Questo è illustrato nella figura 3.4. Denotiamo con  $\tau_0$  la larghezza di ogni impulso e con  $T$  il PRI.

Il numero degli impulsi nel treno è  $N$ , quindi, la lunghezza di questo è di  $(N - 1)T$  secondi.



**Figura 3.4** – Treno di impulsi con LFM (N=5)

Un singolo impulso normalizzato è definito come

$$\tilde{x}_1(t) = \frac{1}{\sqrt{\tau_0}} \text{Rect}\left(\frac{t}{\tau_0}\right) e^{j\pi \frac{B}{\tau_0} t^2} \quad (3.79)$$

dove  $B$  è la larghezza di banda del segnale con LFM.

L'espressione per il treno di impulsi normalizzato è

<sup>17</sup> Per la dimostrazione vedere: *Radar Signal Analysis and Processing using Matlab*, Bassem R. Mahafza, Cap. 4, 2009, CRC Press Taylor and Francis Group, Boca Raton (FL).

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=0}^{N-1} \tilde{x}_1(t - iT) \quad (3.80)$$

e, quindi, la funzione di ambiguità sarà

$$|\chi(\tau, f_d)| = \sum_{q=-(N-1)}^{N-1} \left| \chi_1\left(\tau - qT, f_d + \frac{B}{\tau_0} \tau\right) \right| \left| \frac{\sin(\pi f_d(N - |q|)T)}{N \sin(\pi f_d T)} \right| \quad \text{per } |\tau| \leq NT \quad (3.81)$$

dove  $\chi_1$  è la funzione di ambiguità del singolo impulso. Notiamo che la forma della funzione di ambiguità è immutata rispetto al caso del treno non modulato, lungo l'asse dei tempi. Questo era prevedibile in quanto è stato aggiunto solo un termine di modulazione di fase, il quale avrà un impatto sulla forma della funzione solo lungo l'asse delle frequenze.

# CAPITOLO 4

## SIMULATORE DI PRESTAZIONI DI SISTEMI RADAR

### 4.1 Architettura del simulatore

Nel presente capitolo viene presentato il simulatore *sim\_radar* di prestazioni di sistemi radar partendo da una sua formulazione in termini di architettura ed evidenziando i blocchi fondamentali che ne fanno parte. Nella seconda parte viene quindi presentata la sua implementazione attraverso una GUI MATLAB concentrando l'attenzione sui vari componenti che ne fanno parte e mettendo il tutto in relazione con quanto descritto nel paragrafo precedente.

Nell'ultimo paragrafo, come esempio di applicazione, viene quindi simulato un sistema radar meteorologico reale: dopo aver definito specifiche di sistema e ambiente di lavoro, si passa alla simulazione dei parametri di interesse e, per concludere, alla loro analisi.

#### 4.1.1 Parametri indipendenti e tipi di simulazione

Punto di partenza di ogni progetto è la definizione delle specifiche di progetto.

In tal primo passo si stabilisce qual è il compito del simulatore, ovvero cosa esso dovrà riprodurre a partire da cosa esso ha a disposizione, cioè quali sono i dati di ingresso.

#### Parametri di output

Partiamo dai parametri di output, cioè cosa si può effettivamente simulare. La scelta è caduta sulle seguenti cinque grandezze:

- funzione di ambiguità;
- SNR;
- probabilità di detezione;
- minimo fattore di riflettività rilevabile;
- minimo rain rate o water content rilevabile;

Risulta chiaro che, mentre i primi tre riguardano un sistema radar generico, gli ultimi due sono specifici per un sistema radar meteorologico; questo, a completamento della teoria svolta nel primo capitolo.

Per la loro valutazione, si è sfruttata la trattazione svolta nei capitoli precedenti; in particolare nel capitolo 3 troviamo le formule relative al tracciamento delle funzioni di ambiguità, mentre nel capitolo 1 vi sono quelle relative agli altri quattro parametri.

#### Parametri di input

Per quanto riguarda i parametri di ingresso, che sono in numero maggiore, possiamo fare ancora una distinzione principale fra quelli che sono gli ingressi propriamente detti, intendendo valori numerici da attribuire a grandezze specifiche e quelli che fanno parte del controllo del sistema e che, di conseguenza, hanno anche un certo controllo sui primi.

Nel seguito, quindi, possiamo elencarli secondo questa distinzione:

- *parametri di controllo*: scelta della forma d'onda da utilizzare, adozione della tecnica di compressione dell'impulso, scelta delle condizioni meteorologiche, scelta del tipo di profilo nuvoloso o di pioggia, varianti sulla visualizzazione dei risultati. Osserviamo che in questi sono compresi anche quelli relativi al parametro specifico da simulare, come sarà chiaro nel proseguo.

- *parametri d'ingresso propriamente detti o numerici*: frequenza di lavoro, larghezza dell'impulso, periodo del segnale, numero di impulsi trasmessi, larghezza di banda del segnale eventualmente modulato, probabilità di falso allarme, area fisica dell'obiettivo, massimo contenuto d'acqua presente nelle nuvole e massimo tasso di precipitazione, livello di randomicità del profilo nel caso si scelga un profilo Gaussiano.

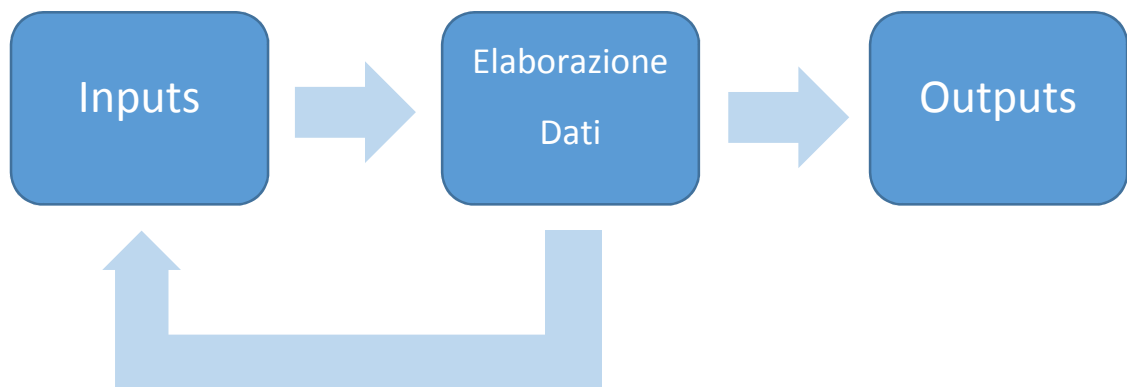
E' evidente che si possono fare altri tipi di distinzione o successive distinzioni a partire dalla precedente fatta, su tali parametri.

Ad esempio, si possono separare le grandezze relative al segnale trasmesso da quelle collegate alle condizioni atmosferiche, ovvero a quelle relative al sistema e così via.

Come vedremo nel secondo paragrafo, questo è proprio quello che si è fatto nell'implementazione del simulatore.

#### 4.1.2 Organizzazione del simulatore

Di seguito andiamo a definire come è strutturato il nostro simulatore focalizzando l'attenzione su come interagiscono i vari blocchi che ne fanno parte.



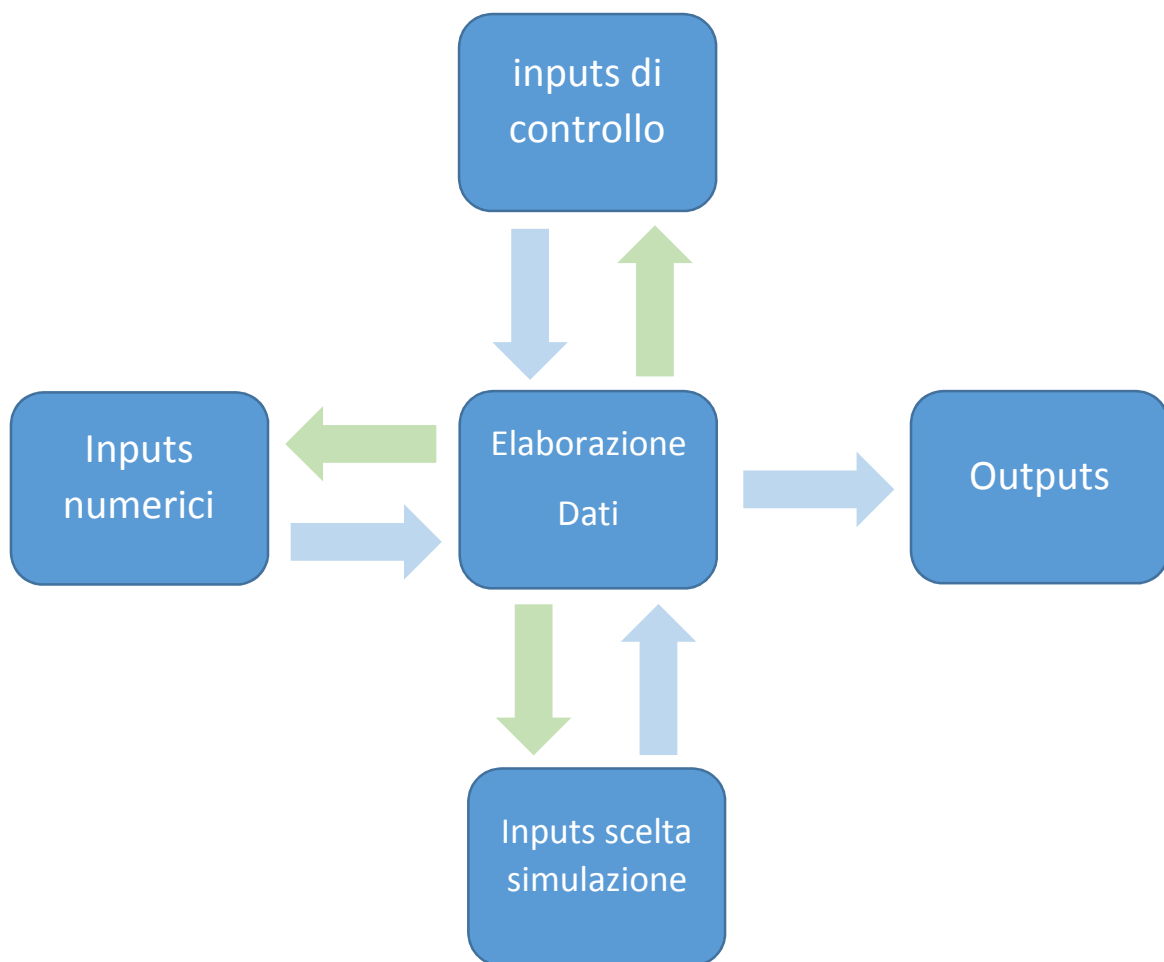
**Figura 4.1** – Schema a blocchi di un generico sistema con retroazione

Nella figura 4.1 è rappresentato lo schema a blocchi di un generico sistema e, quindi, anche del nostro simulatore, il quale prende i dati di ingresso, li analizza e li processa e, infine, fornisce i risultati ottenuti. La parte fondamentale del diagramma è rappresentata dal blocco centrale il quale conterrà il codice scritto in un qualche linguaggio di programmazione scelto dal progettista.

Notiamo che da quest'ultimo parte una freccia che torna indietro al blocco precedente degli inputs: questo rappresenta il fatto che si ha un controllo sugli ingressi una volta che sono inseriti.

Una volta che sono definite le specifiche di progetto, possiamo andare ad espandere il nostro schema a blocchi generico per il caso presente.

Come si nota dalla figura 4.2 si è distinto fra i vari tipi di inputs; inoltre, si è messo in evidenza che tutti i tipi di questi ultimi vengono controllati dal blocco di elaborazione, includendo il fatto che o sono controllati direttamente da questo tramite del codice apposito oppure, che il controllo avviene come conseguenza nell'aver modificato uno degli altri inputs.



**Figura 4.2** – Schema a blocchi del simulatore con distinzione degli inputs e dei flussi dei dati (freccie verdi per il controllo e azzurre per l’inserimento dati).

Andiamo a questo punto a specificare il blocco di elaborazione dati di cui abbiamo accennato solamente andando a spezzarlo in altri sotto-blocchi.

Come si nota dalla figura, abbiamo varie funzioni che vengono eseguite ogni qual volta vengono inseriti degli inputs.

Anzitutto, abbiamo un blocco che effettua il controllo sugli ingressi:

prima che i dati inseriti vengano immagazzinati occorre che essi siano convalidati; questo, si riferisce evidentemente agli inputs di tipo numerico. Inoltre, in questa sezione vi è il codice che permette fra i vari inputs di comunicare fra loro.

Segue quindi il blocco dove vengono immagazzinati i dati inseriti numerici e, contemporaneamente, salvate le impostazioni dettate dagli inputs di controllo.

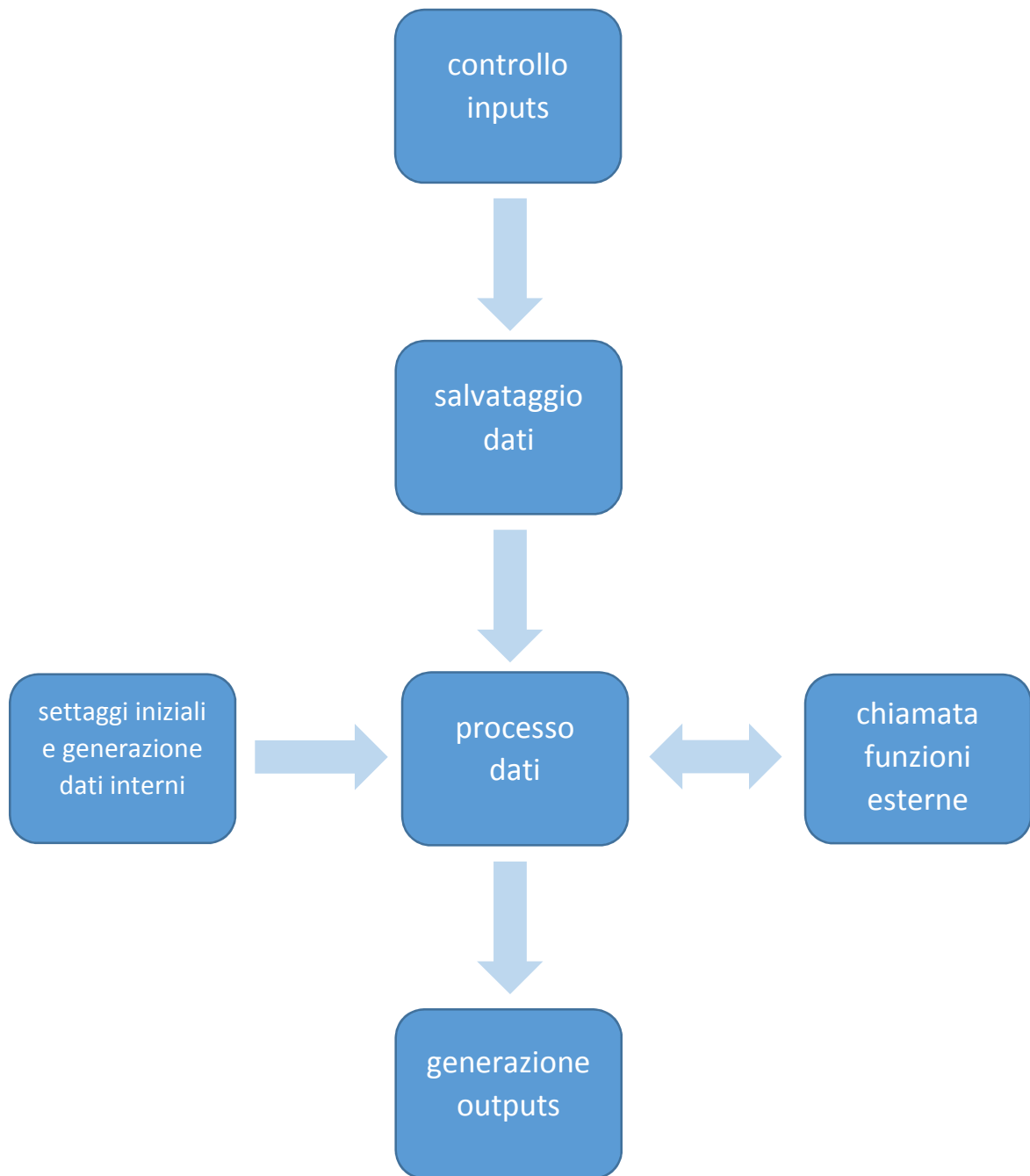
Una volta settato il simulatore abbiamo quindi il processo dei dati e, come si nota, questo può avvenire direttamente a partire dai dati salvati; oppure, possono essere chiamate in causa funzioni esterne al simulatore vero e proprie scritte appositamente per eseguire articolari compiti.

Questo, serve essenzialmente per avere una struttura più compatta e leggibile del simulatore, specialmente quando viene scritto il programma.

Possiamo osservare, ancora, che i dati da processare possono essere presi internamente al programma:

questi sono parametri settati inizialmente e salvati nel programma e, quindi, non modificabili da un utente che utilizza il simulatore.

Infine, dopo che i dati sono stati processati con la generazione dei parametri che si vuole simulare, si ha il blocco di generazione degli outputs.



**Figura 4.3** – Struttura dettagliata del blocco centrale di elaborazione e controllo del simulatore.

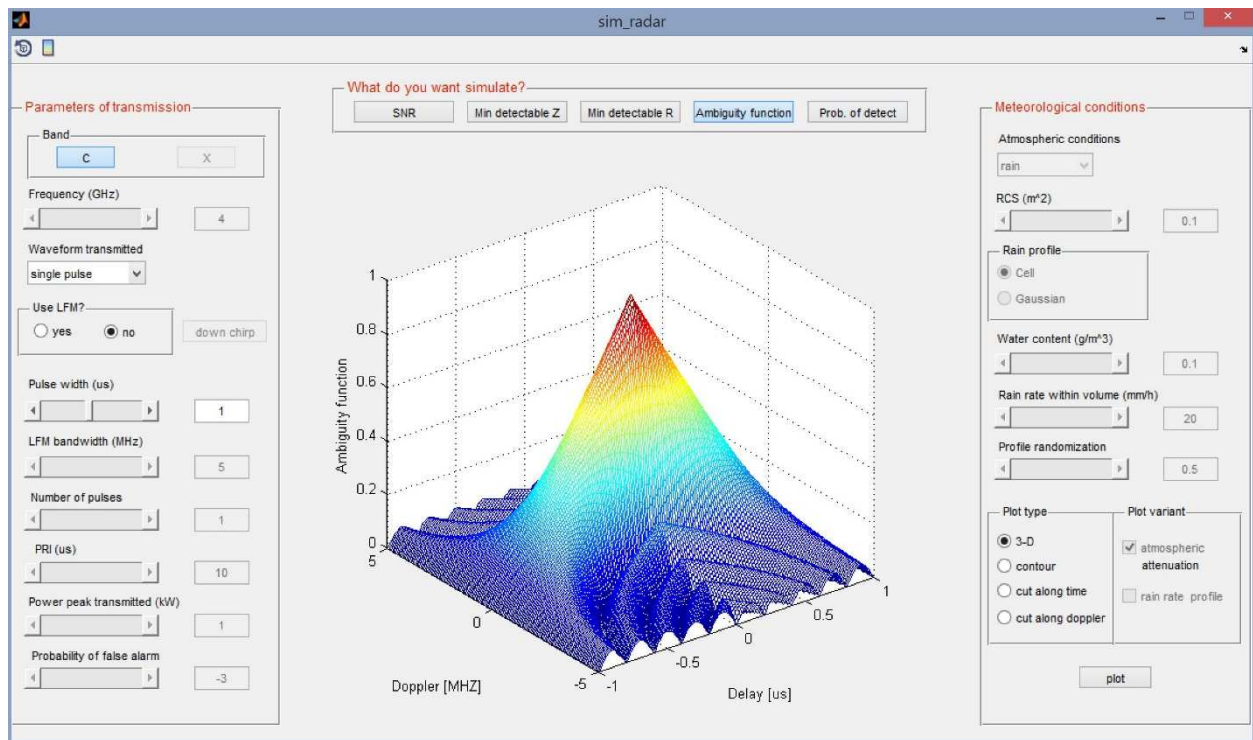
Con tale blocco si intende la parte di programma adepta alla particolare formattazione del parametro simulato numericamente, per mostrarlo all'utente.

In particolare, come vedremo, i dati ottenuti saranno manipolati per poter visualizzare il loro andamento graficamente.

## 4.2 Implementazione simulatore mediante GUI MATLAB

Dopo avere visto la struttura del simulatore nel presente paragrafo viene mostrata la sua implementazione attraverso l'utilizzo dell'ambiente di calcolo MATLAB.

Partiamo da una vista generale del simulatore, mostrato nella figura 4.4



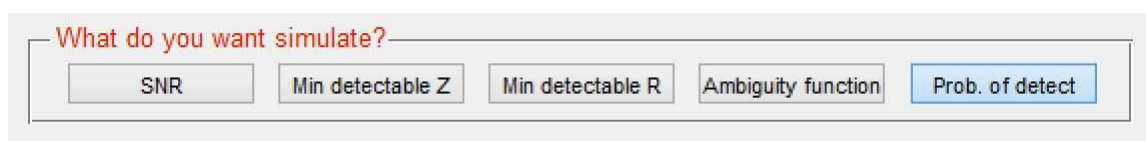
**Figura 4.4** – Simulatore di prestazioni di sistemi radar a microonde

Come si nota, questo è realizzato con una GUI <sup>18</sup>(graphical user interfaces), la quale permette di usufruire di vari componenti (detti controlli) al fine di interagire con un utente esterno, come finestre di visualizzazione, buttons (pulsanti), sliders (cursori), pop-up menù (menù di selezione), ecc.

La motivazione di usare una GUI al posto di una semplice programma è quindi evidente: l'utente che utilizza il simulatore non deve creare scripts o eseguire comandi nella finestra di comando Matlab, inoltre, egli non ha bisogno di capire meccanismi e dettagli su come viene eseguito il codice per la simulazione.

#### 4.2.1 Pannello principale per la scelta del parametro da simulare

Andiamo ad analizzare per prima come vengono scelti i parametri da simulare. Questi, sono mostrati in alto, al centro della GUI, raggruppati nel pannello seguente:



**Figura 4.5** – Pannello principale del simulatore

Come detto nel paragrafo precedente, abbiamo la possibilità di simulare le seguenti quantità:

- funzione di ambiguità (normalizzata);
- SNR (rapporto segnale/rumore) in dB;
- probabilità di detezione;
- fattore di riflettività minimo  $Z_{min}$  in dBz;
- Rain rate (tasso di precipitazione) minimo  $R_{min}$  in mm/h o Water content (contenuto d'acqua) minimo  $M_{min}$  in g/m<sup>3</sup>;

<sup>18</sup> Per una trattazione su cosa è una GUI e come si realizza vedere l'appendice A.



Per poter scegliere la grandezza da simulare l'utente preme il pulsante desiderato fra i vari possibili: questi, sono dei toggle buttons, ovvero, pulsanti che si escludono mutuamente una volta che uno di essi viene premuto.

Come chiariremo successivamente, però, non sempre è possibile simulare tutti e cinque i parametri; questo, dipende dalla particolare configurazione meteorologica che scegliamo (spazio libero, presenza di nuvole o pioggia).

I risultati della simulazione sono rappresentati nella finestra centrale della GUI; a parte la funzione di ambiguità graficata in funzione del tempo e della frequenza, tutti gli altri parametri vengono visualizzati in funzione del range (distanza) dall'obiettivo o dal luogo dove è presente il particolare evento meteorologico. Osserviamo che quelli appena descritti, rappresentano evidentemente gli ingressi per la scelta della simulazione citati nel paragrafo precedente.

#### 4.2.2 Pannelli di controllo e settaggio degli inputs

Per potere interagire con la GUI e variare i parametri di ingresso l'utente ha a disposizione due pannelli principali nei quali sono contenuti vari componenti tra cui sotto-pannelli, sliders, edit text (caselle di immissione), push e toggle button (pulsanti semplici e di mutua esclusione) ecc.

Andiamo ad analizzarli entrambi, partendo da quello di sinistra.

The screenshot shows a GUI panel titled "Parameters of transmission" in red text. The panel contains the following controls:

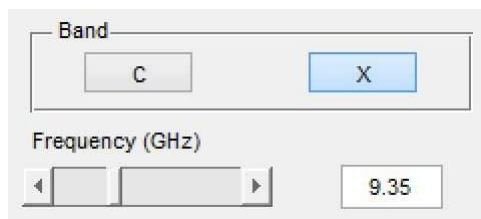
- Band:** A toggle button interface with "C" (selected) and "X" buttons.
- Frequency (GHz):** A slider control with a numeric input field set to "4".
- Waveform transmitted:** A dropdown menu currently showing "single pulse".
- Use LFM?:** Radio buttons for "yes" and "no" (selected), and a "down chirp" button.
- Pulse width (us):** A slider control with a numeric input field set to "1".
- LFM bandwidth (MHz):** A slider control with a numeric input field set to "5".
- Number of pulses:** A slider control with a numeric input field set to "1".
- PRI (us):** A slider control with a numeric input field set to "10".
- Power peak transmitted (kW):** A slider control with a numeric input field set to "1".
- Probability of false alarm:** A slider control with a numeric input field set to "-3".

**Figura 4.6** – Pannello di sinistra del simulatore contenente i parametri di trasmissione della forma d'onda

Il pannello di controllo in esame contiene prevalentemente parametri inerenti le caratteristiche della forma d'onda che si vuole utilizzare nell'operazione radar.

Fra le varie bande di frequenze relative alle microonde e mostrate in tabella 1.1 si è scelto di consentire di lavorare in banda C o in banda X. Infatti, queste sono le bande di frequenze maggiormente usate nel campo radarmeteorologia.

La scelta, viene fatta attraverso un sotto-pannello contenente due toggle buttons, cioè due pulsanti che si escludono mutuamente a seconda del quale viene pigiato.



**Figura 4.7** – Dettaglio del pannello contenente i componenti per l'impostazione della frequenza di lavoro.

Come si nota dalla figura 4.7, è poi possibile stabilire la frequenza effettiva di lavoro del sistema attraverso uno slider e la relativa casella di immissione.

Per quanto riguarda le forme d'onda, è possibile scegliere attraverso un pop-up menù tra un singolo impulso e un treno coerente di impulsi; inoltre, si può decidere se adottare anche una modulazione lineare di frequenza o LFM (linear frequency modulation) o meno.

Con riferimento al paragrafo precedente, la scelta del tipo di forma d'onda e dell'eventuale modulazione rappresentano degli inputs di controllo.



**Figura 4.8** – Dettaglio del pannello contenente i componenti per l'impostazione del tipo di forma d'onda da utilizzare.

Proseguendo nella descrizione, troviamo altri parametri quali

- pulse width (larghezza dell'impulso) in us;
- LFM bandwidth MHz (larghezza di banda del segnale avente una LFM) in MHz;
- Numbers of pulses (numero di impulsi componenti il treno);
- PRI in us;
- Power peak transmitted (potenza di picco trasmessa) in kW;

Ognuno di questi valori è settabile mediante lo scorrimento del relativo slider, oppure, immettendo direttamente il valore desiderato nella casella di immissione presente di fianco.

Questi, sono logicamente gli ingressi di tipo numerico.

E' opportuno osservare che, se in tale casella è inserito un valore al di fuori del range di valori ammissibili per quel particolare parametro, la GUI automaticamente non restituirà un messaggio di errore ma manterrà il valore precedente all'immissione.

Il range di valori per ogni parametro è settato inizialmente nel programma principale *sim\_radar.m*.

Non tutti questi parametri sono sempre utilizzabili come si può facilmente intuire; ad esempio, se non adottiamo una LFM logicamente il valore della LFM bandwidth non sarà selezionabile.

L'ultimo parametro che compare nel pannello non è relativo alla forma d'onda ed è la probabilità di falso allarme che, come discusso nel capitolo 1, è legata al rapporto segnale-rumore minimo che vogliamo avere in ricezione e alla probabilità di detezione che poi andremo a valutare.

A differenza degli altri parametri sopra elencati, questa è sempre selezionabile. Discutiamo ora il secondo pannello, quello di destra.

**Figura 4.9** – Pannello di destra del simulatore

Questo è strutturato in modo analogo al pannello di sinistra, contenendo sotto-pannelli, pulsanti, sliders, ecc.

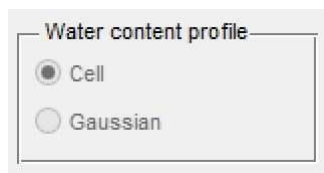
I parametri contenuti nel pannello sono quelli relativi alle condizioni meteorologiche e al tipo di grafico che si intende mostrare nella finestra centrale.

In particolare nella parte alta del pannello è presente un pop-up menù dal quale è possibile scegliere le particolare condizione atmosferica:

- free space (spazio libero);
- cloudy (nuvoloso);
- rain (pioggia);

**Figura 4.10** – menù per la selezione delle condizioni meteo.

Nel caso si seleziona *free space* sarà possibile simulare solamente SNR e probabilità di detezione. Nel sotto-pannello successivo è inoltre possibile selezionare il tipo di profilo, in funzione della distanza, del *water content M*, cioè il liquido d'acqua contenuto nelle nuvole (se si seleziona *cloudy*) o del *rain rate R*, il tasso di pioggia (se si seleziona *rain*).



**Figura 4.11** –Pannello per la scelta del profilo.

I due tipi di profilo messi a disposizione sono:

- Cell : M o R sono costanti in funzione della distanza;
- Gaussian: M o R assumono un andamento Gaussiano in funzione della distanza, in cui varianza e valor medio sono settati inizialmente nel file *sim\_radar.m*.

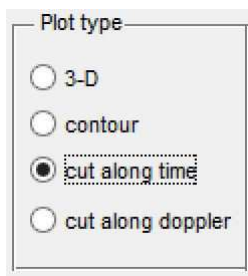
E' evidente che, nel caso dal pop-up menù si scelga l'opzione *free space*, nessun profilo sarà selezionabile. Proseguendo lungo il pannello, incontriamo i parametri d'ingresso che andranno a modificare direttamente il profilo scelto.

I primi due, *water content* e *rain rate within volume* corrispondono direttamente ai valori, rispettivamente, di M e R; il terzo, invece, *profile randomization*, viene reso selezionabile solo quando si adotta un profilo Gaussiano.

Tramite questo parametro si seleziona la randomicità , più o meno elevata, dei valori assunti dalla curva di Gauss: in sostanza, più è elevato questo parametro e maggiori sono le fluttuazioni presenti sul profilo.

Veniamo dunque alla parte finale del pannello.

Qui sono presenti due sotto-pannelli, abilitati o meno a seconda del tipo di parametro che si vuole simulare. In particolare, il pannello di destra viene attivato quando si decide di simulare una funzione di ambiguità.

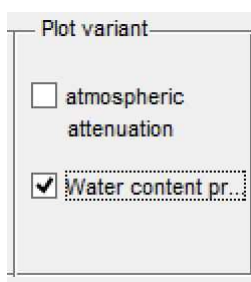


**Figura 4.12** –Pannello per la scelta del tipo di grafico per le funzioni di ambiguità.

Esso permette di scegliere come graficare la funzione stessa:

- 3-D: in questo caso viene visualizzata la funzione di ambiguità in 3-D in funzione del tempo e della frequenza.
- contour: vengono visualizzate le linee di livello della funzione, sempre in funzione del tempo e della frequenza.
- cut along time: viene presa una particolare sezione della funzione di ambiguità, quella in cui la frequenza vale zero. Abbiamo quindi un grafico in 2-D dove viene tracciato l'andamento della funzione di ambiguità assunto su quella sezione, in funzione del tempo.
- cut along doppler: viene presa una particolare sezione della funzione di ambiguità, quella in cui il tempo vale zero. Abbiamo quindi un grafico in 2-D dove viene tracciato l'andamento della funzione di ambiguità assunto su quella sezione, in funzione della frequenza.

Il pannello di destra, invece, viene adoperato per gli altri quattro parametri che è possibile simulare, nel caso i cui però non si scelga dal pop-up menù opzione *free space*.

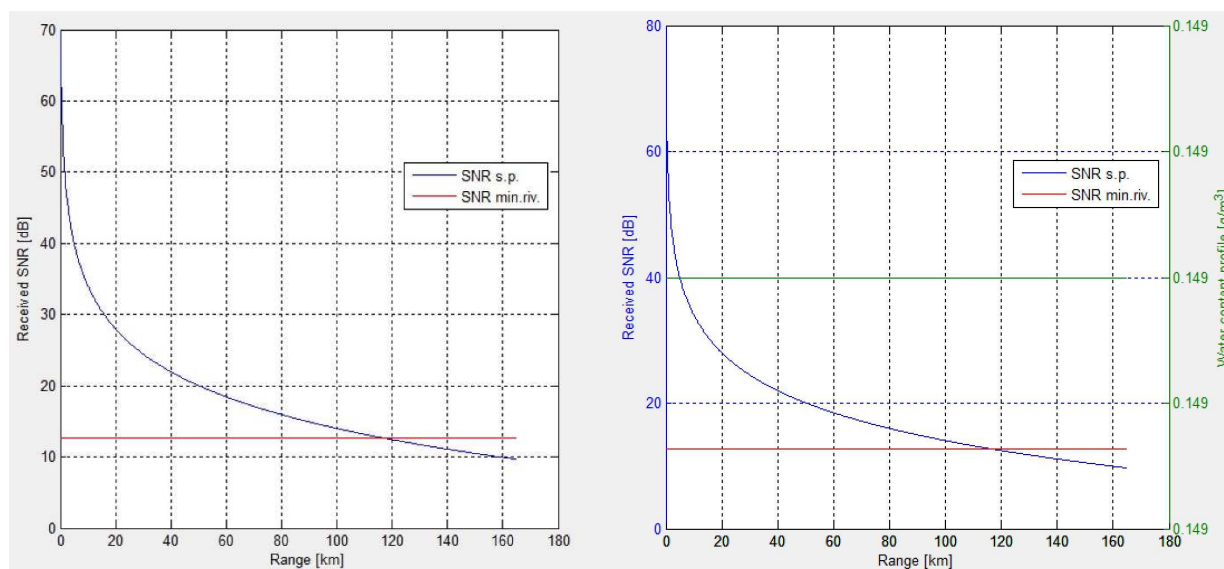


**Figura 4.13** –Pannello per inserire varianti sul la particolare simulazione e relativo grafico.

Nell prima casella è possibile scegliere se tenere conto dell'attenuazione atmosferica lungo il percorso compiuto dal segnale che va dal radar all'obiettivo, o meno.

Nella seconda casella, invece, è possibile selezionare se visualizzare, oltre il parametro che si è scelto di simulare, anche i profilo di M o R. Il parametro e il profilo saranno visualizzati nella stessa finestra.

In figura è mostrato il caso in cui si decida di visualizzare solo il rapporto segnale/rumore o rapporto segnale/rumore e M.



**Figura 4.14** – Nella grafico di sinistra vi è il SNR in funzione del range, mentre in quello di sinistra vi è il SNR e l'andamento di M in funzione del range.

## 4.3 Esempi di simulazioni per un sistema radar meteo in banda X

Andiamo in quest'ultimo paragrafo ad applicare la teoria svolta nei primi 3 capitoli ad un sistema radar meteorologico reale attraverso il simulatore presentato nei paragrafi precedenti.

### 4.3.1 Sistema mini-radar HYDRORAD

Il sistema radar meteorologico in questione è quello relativo al progetto HYDRORAD, di recente sviluppo e applicazione (il primo test è avvenuto in Moldova nell'autunno 2011). Fondamentalmente, lo scopo del progetto è stato quello di sviluppare un innovativo strumento integrato di supporto per prendere decisioni nel monitoraggio del meteo.

Tale sistema è basato su una rete ottimizzata di mini radar (cioè di piccola grandezza, lavoranti con bassa potenza) operanti in banda X e un complesso software per il controllo della qualità dei dati prelevati, stima del rain rate  $R$  e fattore di riflettività  $Z$  e classificazione delle precipitazioni.<sup>19</sup>

Possiamo chiederci a questo punto perché lavorare in banda X. Sappiamo, infatti, che il segnale radar potrebbe essere molto attenuato in caso di pioggia o grandine intensa, come si verifica in un sistema convettivo.

Tuttavia, ci sono diversi aspetti relativi alle misurazioni in banda X che bisogna tenere in considerazione per comprendere a pieno il loro potenziale in radiometeorologia. Fra questi, citiamo:

- l'effetto di correzione dell'incertezza sull'accuratezza della stima di pioggia e classificazione delle idrometeore.
- la relativa accuratezza della bassa potenza dei sistemi in band-X nel recupero dei rain rates ad alta risoluzione rispetto alle misurazioni in frequenza più bassa e minore potenza relative a sistemi in banda C o S.
- il recupero del contenuto d'acqua delle idrometeore, critico nello studio delle precipitazioni microfisiche.

Nella figura seguente vengono mostrati due dei tre radar componenti il sistema.



**Figura 4.15** – Nella parte sinistra della figura abbiamo il mini-radar fisso mentre nella parte di destra quello mobile

Il sistema, nel complesso, è composto da tre mini-radar:

uno è mobile in modo da poter trasportare l'apparato in locazioni differenti ottimizzando quindi la copertura radar per ogni possibile bisogno futuro; gli altri due sono fissati su delle torrette.

#### 4.3.2 Parametri principali del sistema radar e simulazioni

Nella tabella seguente vengono elencati i parametri principali riguardanti i tre mini-radars che andremo ad inserire nel simulatore in un secondo momento.

---

<sup>19</sup> Per approfondimenti consultare : E. Picciotti et al., 2013, "The HYDRORAD project", *Natural Hazards and Earth System Sciences*, No. 13, pp. 1-13.

Parametro	Valore
<b>Frequenza</b>	9.41 GHz
<b>Potenza di picco trasmessa</b>	25 kW
<b>Forma d'onda trasmessa</b>	Treno di impulsi coerente
<b>Larghezza impulso</b>	1.1 us
<b>PRI</b>	80 us
<b>Numero di impulsi</b>	16
<b>LFM</b>	no
<b>Guadagno di antenna</b>	35 dB

**Tabella 4.1** –Parametri relativi ai 3 mini-radars.

Per quanto riguarda le condizioni meteorologiche andremo a lavorare in presenza di pioggia, ipotizzando un profilo di rain rate di tipo Gaussiano avente le seguenti caratteristiche:

- Max rain rate pari a 20 mm/h;
- Profile randomization pari a 0.4;

Infine, l'ultimo valore da settare è la probabilità di falso allarme: questo, non è un parametro fondamentale in applicazioni meteorologiche e, quindi, possiamo fare una scelta conservativa ponendola pari a  $P_{fa} = 10^{-4}$ .

Una volta inseriti i dati nel simulatore, attraverso uno dei cinque pulsanti è possibile scegliere cosa graficare come risultato.

Nella figura 4.5 vengono mostrati i quattro tipi di grafici relativi alla funzione di ambiguità che, ricordiamo, nel punto  $(\tau, f_d) = (0,0)$  rappresentano direttamente l'uscita del filtro adattato in ricezione.

Come si nota, i primi due grafici relativi alla funzione di ambiguità in 3-D e alle sue linee di livello non sono molto accurati, nel senso che non si riescono a distinguere i vari impulsi presenti e la loro forma precisa. Questo non è dovuto a un errore di scrittura del codice, ma è un problema dovuto a Matlab stesso che non riesce a garantire una risoluzione migliore nel momento in cui si sceglie di graficare una funzione di ambiguità con un numero di impulsi maggiore di 4 o 5.

Gli altri due grafici in 2-D vengono, invece, tracciati con buona risoluzione.

Dal grafico in basso a sinistra notiamo come lungo l'asse del tempo la funzione sia fatta da una serie di impulsi triangolari, centrati in multipli interi del PRI, le cui ampiezze tendono a decrescere man mano che ci si allontana dall'origine, dove abbiamo il valore massimo. L'involuppo stesso della funzione è triangolare. Tale risultato si può prevedere analiticamente ponendo  $f_d = 0$  nell'Eq. (3.84).

Ora, dal momento che ogni impulso occupa un intervallo pari a  $[-\tau_0, \tau_0]$ , con  $\tau_0$  larghezza dell'impulso, gli obiettivi vicini (in questo caso le particelle d'acqua) saranno identificati se sono separati almeno di  $\tau_0$ . Infine, nel grafico in basso a destra abbiamo l'andamento della funzione di ambiguità in funzione della frequenza Doppler: essa è fatta da una serie di impulsi aventi forma del tipo  $|\sin x/x|$ , con un involuppo della stessa forma, centrati in multipli interi di  $1/PRI$ . Anche questo risultato si può prevedere analiticamente ponendo  $\tau = 0$  nell'Eq. (3.84).

Il primo nullo dell'involuppo si verifica per  $f_d = \pm 1/\tau_0$ ; quindi, è possibile rilevare due obiettivi distanti in termini di frequenza Doppler  $1/\tau_0$ , senza alcuna ambiguità.

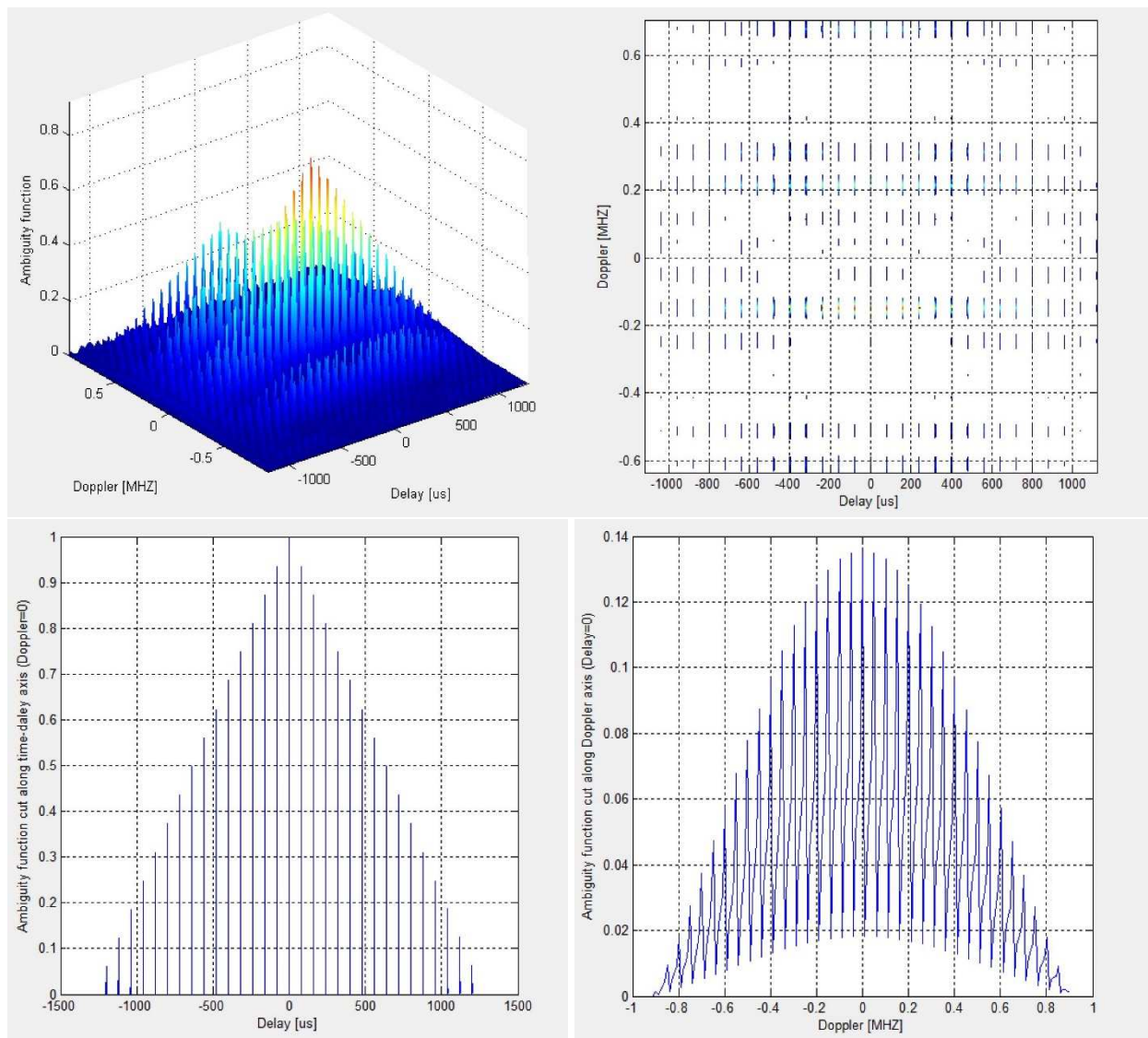
Nel complesso, perciò, nel caso presente di treno coerente di impulsi il campo di risoluzione e la risoluzione Doppler sono limitati dalla larghezza degli impulsi  $\tau_0$ .

Un ottimo valore del campo di risoluzione richiede l'utilizzo di impulsi di brevissima durata.

Sfortunatamente, utilizzare impulsi molto stretti comporta di lavorare con larghezze di banda enormi (ricordiamo che  $B = 1/\tau$ ) e potrebbe limitare la potenza media trasmessa a valori inaccettabili.

D'altra, però, la risoluzione nei sistemi meteorologici non è un requisito fondamentale e, quindi, possiamo adoperare impulsi di larghezza non troppo piccola.





**Figura 4.16** – Partendo da sinistra in alto, abbiamo il grafico 3-D della funzione di ambiguità, poi in alto a destra le linee di livello, in basso a sinistra l'andamento della funzione sulla sezione Doppler=0 in funzione del Delay (tempo di ritardo) e in basso a destra l'andamento della funzione sulla sezione Delay=0 in funzione della frequenza Doppler.

Passiamo ora all'analisi della rapporto segnale-rumore in ricezione e delle probabilità di detezione.

I risultati grafici sono mostrati in figura 4.11.

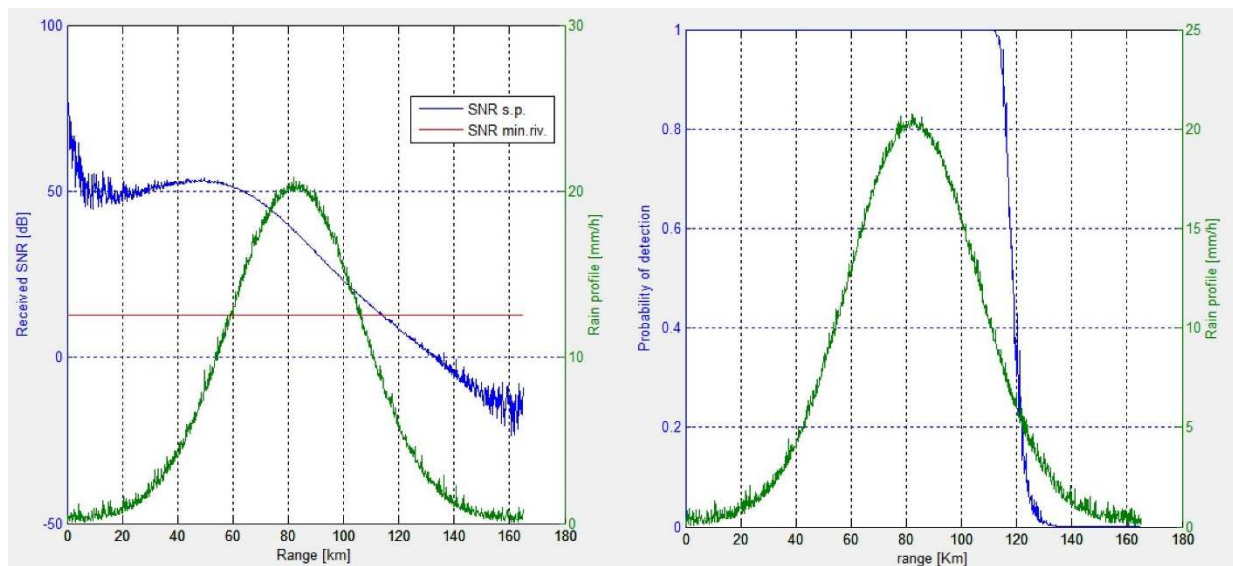
Come si nota, SNR e probabilità di detezione, oltre che il rain rate, presentano numerose fluttuazioni a causa del valore di *profile randomization* diverso da zero che si è scelto.

Per quanto riguarda il SNR esso ha un andamento nel complesso decrescente, con un massimo intorno agli 80 km di distanza dove vi è anche il massimo valore assunto dal rain rate. Intorno a tale valore, il SNR supera il valore minimo di SNR ottenuto in base alla probabilità di falso allarme scelta. Notiamo anche che le fluttuazioni sono presenti maggiormente lungo i margini del profilo; risultato logico dato che stiamo esattamente in corrispondenza delle code del profilo Gaussiano.

Nel grafico di destra, c'è poi la probabilità di detezione delle particelle contenute nel volume osservato dal radar. Come si nota, per distanze inferiori ai 110 km dove il SNR supera quasi sempre il valore minimo SNR<sub>min</sub>, la probabilità di detezione vale praticamente sempre 1, cioè è massima.

Non appena, invece, il SNR tende a diminuire e scende sotto la soglia minima, la probabilità di detezione cala bruscamente nell'intervallo [110, 130] km per poi assumere valore nullo definitivamente.

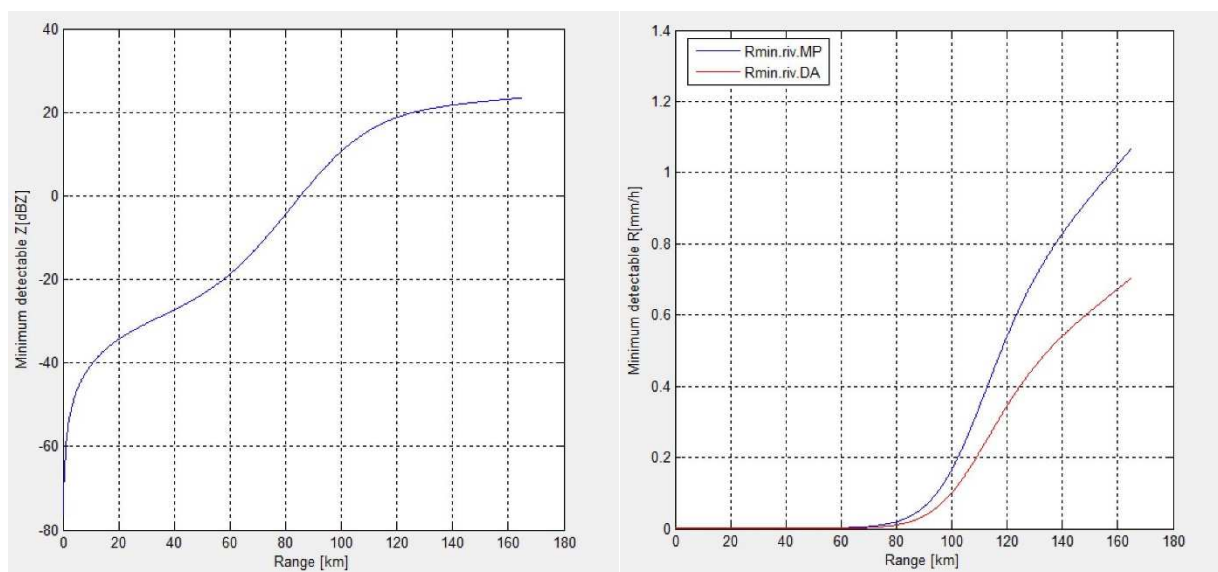




**Figura 4.17** – Nel grafico di sinistra abbiamo il rapporto segnale-rumore in ricezione, mentre in quello di destra viene visualizzata la probabilità di detezione. In entrambi i grafici è mostrato anche il profilo del rain rate.

Nell'ultima parte analizziamo le grandezze più rilevanti che si adoperano nelle analisi condotte da sistemi meteorologici: il fattore di riflettività  $Z$  e del rain rate  $R$ .

In particolare, il simulatore è in grado di riprodurre gli andamenti del fattore di riflettività minimo  $Z_{min}$  (in dBZ) e del rain rate minimo  $R_{min}$ , come mostrato in figura 4.13.



**Figura 4.18** – Nel grafico di sinistra abbiamo il fattore di riflettività minimo, mentre in quello di destra viene visualizzato il rain rate minimo.

Come si nota, per il fattore di riflettività  $Z_{min}$ , abbiamo un andamento crescente ma con una pendenza molto variabile, e assume valori compresi tra -70 dBZ e circa 24 dBZ.

Per quanto riguarda, invece, il rain rate minimo, abbiamo due curve:

quella in blu è tracciata in base alla relazione  $Z-R$  ( $Z = aR^b$ ) dovuta a Marshall e Palmer (MP); quella in rosso è ottenuta sempre tramite una relazione del tipo  $Z = aR^b$  ma con coefficienti  $a, b$  diversi.

Anche le curve di  $R_{min}$  tendono ad essere crescenti, cosa ovvia data la relazione esponenziale che li lega a  $Z$  anch'essa crescente in funzione del range.

La loro pendenza però, è molto più elevata e, partendo da valori nulli fino a circa una distanza di 60 km si raggiungono valori massimi di  $R_{min}$  nell'intorno di:

- 0,68 mm/h; per la curva rossa;
- 1,06 mm/h; per la curva blu.

### 4.3.3 Commenti

In questo paragrafo abbiamo mostrato i risultati ottenuti a partire dai parametri assegnati.

Ovviamente, a parità di parametri di sistema elencati in tabella 4.1 si possono effettuare altri tipi di simulazione variando ad esempio le condizioni atmosferiche, oppure il profilo del contenuto d'acqua o rain rate o, ancora, i valori di quest'ultimi.

Dai risultati ottenuti si può evidenziare un ottimo andamento del rapporto segnale/rumore soprattutto per distanze intorno ai 50 km dove si ha il suo picco massimo, conseguentemente, la probabilità di detezione risulta massima e pari a 1 per distanze inferiori o nelle vicinanze di questa.

I risultati più rilevanti per questa applicazione sono quelli che riguardano le grandezze Z e R.

Come si nota, fino a distanze inferiori agli 80 km il fattore di riflettività minimo rilevabile risulta inferiore ai 0 dBz e, quindi, abbiamo un'ottima risoluzione fino a tali distanze.

Per quanto riguarda, invece, il tasso minimo di precipitazione, vediamo che sempre per distanze fino agli 80 km abbiamo un valore minimo rilevabile non nullo, ma estremamente basso e quindi un'ottima risoluzione. Questo vale per entrambe le relazioni statistiche utilizzate per legare Z ad R.

Per distanze superiori, invece, osserviamo che il valore minimo di R rilevabile risulta a salire e la risoluzione degrada per distanze superiori ai 120 km. Sopra gli 80 km, notiamo anche che Rmin inizia ad assumere andamento differente per le due relazioni tanto più tanto aumenta la distanza.

## CAPITOLO 5

### CONCLUSIONI ED EVENTUALI PROGETTI FUTURI

#### 5.1 Commento finale sul lavoro di tesi

In quest'ultimo capitolo si vuole fare un resoconto sul lavoro fatto e su cosa esso vuole rappresentare.

Il progetto *sim\_radar* è nato dalla volontà di racchiudere in una semplice e compatta interfaccia la possibilità di simulare quelle che sono o, almeno, quelle che si sono ritenute esserlo, le principali caratteristiche di un sistema radar a partire dalle relative grandezze con cui si ha a che fare in una data operazione.

Il simulatore, certamente, a questo livello, non vuole e non può essere un qualcosa di completo.

Con questo si intende, anzitutto, la disponibilità di un numero, seppure ampio ma ovviamente non esauriente, di quelli che sono i parametri di ingresso manipolabili e, contemporaneamente, quelle che sono le grandezze simulabili.

Quello appena descritto, rappresenta il limite più evidente del simulatore ma, allo stesso tempo, in un certo senso, non delinea una barriera invalicabile.

Infatti, per la struttura stessa del simulatore, il numero di parametri che potrebbero essere simulati non ha un limite e, in un lavoro successivo, potrebbe essere ampliato anche mantenendo gli stessi parametri di ingresso. Ciò è facilmente realizzabile inserendo nuovo codice nel programma *sim\_radar* o elaborando apposite funzioni distinte.

Nel caso in esame, il limite è dettato dalla possibilità di poter simulare solamente tre grandezze relative ad un generico sistema radar e due inerenti ad un sistema radar meteo.

Per quanto riguarda, poi, i parametri di ingresso, il discorso un po' cambia.

Per la struttura della GUI, possiamo distinguere ancora fra ingressi di controllo e ingressi numerici.

All'interno della GUI abbiamo uno spazio finito nel quale inserire componenti come sliders e edit texts, conseguentemente, dato che gli ingressi numerici sono settati attraverso tali componenti, risulta difficile e ad un certo punto anche impossibile inserirne un numero arbitrario.

Per quanto riguarda gli ingressi di controllo, anche questi occupano uno spazio all'interno della GUI attraverso componenti quali i radio buttons, check box, pop-up menù.

In particolare, risulta estremamente semplice aumentare il numero delle grandezze selezionabili con i pop-up menù data la loro compattezza, mentre, per gli altri componenti vale il discorso fatto per sliders ed edit texts.

Detto ciò, i parametri che si possono inserire riguardano prevalentemente il segnale trasmesso e le condizioni meteorologiche.

Altri parametri riguardano, invece, i settaggi per la grafica.

Quindi, non sono stati inseriti parametri relativi al sistema di trasmissione e ricezione radar, quelli relativi alle antenne utilizzate, quelli relativi all'obiettivo e così via.

Ovviamente, queste grandezze saranno contenute comunque nel programma stesso settate in fase del suo avvio.

A parte i limiti sopra citati, il simulatore non presenta altre evidenti mancanze. Una di queste che importante citare sono le approssimazioni, laddove utilizzate, delle relazioni utilizzate per generare le grandezze simulate. Comunque sia, i risultati sono ottenuti tutti a partire dalle formule derivate nei primi 3 capitoli. L'utente ha quindi la disponibilità di rilevare il grado di accuratezza e i limiti di validità del risultato ottenuto consultando la teoria esposta.

Passiamo alla visualizzazione dei risultati.

Ogni parametro che si è scelto di simulare viene rappresentato attraverso una finestra grafica posizionata all'interno della GUI.

Questo rappresenta un potente strumento per l'utente che utilizza il simulatore il quale avrà una disponibilità chiara e facilmente analizzabile dei risultati ottenuti.

Riassumendo perciò, il simulatore mette a disposizione dell'utente uno strumento interattivo che, seppur non complesso, consente di svolgere analisi in semplici passaggi e con elevata accuratezza.

Con uno sguardo al futuro l'idea potrebbe essere quella di ampliare le funzionalità del simulatore a partire dalle grandezze simulabili, mantenendo la struttura di base creata con la GUI.

Inoltre, potrebbero essere estesi gli inputs di controllo, consentendo la possibilità di scegliere fra ulteriori forme d'onda e condizioni atmosferiche.

Osserviamo, infatti, che nella trattazione si sono utilizzate solo forme d'onda analogiche non prendendo in considerazione quelle digitali comunque largamente utilizzate.

Inoltre, non è stata implementata la presenza di gas, vapori piuttosto che grandine, neve e quant'altro nell'atmosfera dove si effettua l'operazione radar e quindi i loro effetti sul segnale trasmesso.

Per quanto riguarda, infine, gli inputs numerici, si potrebbe prendere in considerazione la possibilità di settare i parametri del ricevitore e del trasmettitore ma anche le coordinate per stabilire il luogo dove si effettua il rilevamento.

Tutte quelle descritte sono solo alcune proposte delle innumerevoli possibili.

La scelta su cosa poi effettivamente si vorrà implementare spetterà chi deciderà di utilizzare il simulatore, non accontentandosi delle risorse già presenti.

## BIBLIOGRAFIA

- Bassem R. Mahafza, 2009, *Radar Signal Analysis and Processing using Matlab*, CRC Press Taylor and Francis Group, Boca Raton (FL).
- Parker M., 2011, "Radar Basics – Part1", *EE/Times*.
- Marzano F.S, 2010, *Complementi di ANTENNE e RadarMeteorologia*, Ed. 4.0.
- Galati G., 2006, *Teoria e Tecnica Radar*, TEXMAT.
- E. Picciotti et al., 2013, "The HYDRORAD project", *Natural Hazards and Earth System Sciences*, No. 13, pp. 1-13.

## **RINGRAZIAMENTI**

A parte un applauso a me stesso, che sento di farlo, un sentito ringraziamento va a chi, nonostante il mio carattere, mi ha sempre supportato e, soprattutto, sopportato.

Questo vale soprattutto per la mia famiglia che, nonostante le difficoltà, mi ha permesso di fare ciò che volevo senza condizionamenti e la quale, per mia colpa, non ha mai ricevuto una corrisposta disponibilità.

Questo lavoro è dedicato a loro, insieme ai risultati ottenuti in questi tre anni.

## **LEGENDA DEGLI ACRONIMI**

RADAR – Radio Detection And Ranging  
UHF – Ultra High Frequency  
PRI – Pulse Repetition Interval  
PRF – Pulse Repetition Frequency  
RCS – Radar Cross Section  
SNR – Signal Noise Ratio  
ECM – Electronic Contromisure  
PSD – Power Spectrum Density  
FT – Fourier Transform  
LFM – Linear Frequency Modulation  
GUI – Graphical user interfaces





