



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Elettronica

Antenne II e Radar Meteorologia

**Analisi della diffusione di radiazione e.m.
da distribuzioni di gocce di pioggia di forma sferica**

Prof.: Frank Silvio Marzano

Studente: Silvia Fantasia

Anno Accademico 2009-2010

Indice

Introduzione	2
1 Diffusione di Mie	4
1.1 Approssimazione di Rayleigh	7
1.2 Coefficienti volumetrici	7
1.3 Distribuzione delle dimensioni delle idrometeore	8
2 Simulazioni e risultati	9
2.1 Singola goccia d'acqua	9
2.1.1 Confronto con la teoria di Rayleigh	11
2.1.2 Diagramma angolare e campo interno	13
2.2 Nubi di gocce d'acqua	15
2.2.1 Funzioni peso dei coefficienti	15
2.2.2 Spettro della pioggia	17
2.2.3 Dipendenza dal tasso di precipitazione	18
2.2.4 Dipendenza dalla temperatura	18
3 Conclusioni	21
A Appendice	22
A.1 init.m	22
A.2 epswater.m	23
A.3 Mie_rain1.m	23
A.4 Mie_rain1r.m	24
A.5 Mie_tetascan.m	25
A.6 Mie_esquare.m	25
A.7 Mie_rain2.m	26
A.8 Mie_rain3.m	27
A.9 Mie_rain4.m	28
A.10 Mie_rain5.m	29
Bibliografia	31

Introduzione

La presente tesina riguarda l'analisi della diffusione di radiazione elettromagnetica da distribuzioni di gocce di pioggia di forma sferica.

Le gocce d'acqua fanno parte di una categoria di una classe più generale formata dalle idrometeore. Con il termine idrometeore si identificano infatti le particelle di acqua, allo stato liquido o solido, costituenti le nubi e le precipitazioni. L'interazione della radiazione radar con le idrometeore genera fenomeni di assorbimento di parte dell'energia incidente e di diffusione, in tutte le direzioni, in forma di campo elettromagnetico con la stessa lunghezza d'onda della radiazione incidente. La distribuzione delle dimensioni delle idrometeore dipende fortemente non solo dal particolare tipo di nube o evento di precipitazione, ma anche dalla temperatura e dalla posizione geografica.

Le idrometeore possono essere classificate in diverse categorie:

- piccole gocce allo stato liquido di raggio inferiore a $\sim 50\mu m$ (che generalmente non danno luogo a precipitazioni);
- particelle liquide di raggio compreso tra $\sim 50\mu m$ e $\sim 5mm$ (che danno luogo a precipitazioni);
- particelle ghiacciate di dimensioni inferiori a $\sim 1mm$;
- particelle ghiacciate di dimensioni comprese tra $\sim 1mm$ e $\sim 10mm$ (es. neve, grandine).

I fenomeni di diffusione ed assorbimento da idrometeore sono influenzati, oltre che dalle dimensioni delle stesse, anche dalla loro forma. Solo le gocce di pioggia più piccole ($\sim 1mm$ di diametro o meno) possono essere considerate sferiche, gli altri tipi di idrometeore possono essere di forma sferica, oppure possono discostarsi anche di molto da tale sfericità.

La soluzione adottata per lo studio della teoria della diffusione e dell'assorbimento delle onde elettromagnetiche da parte di idrometeore è quella relativa a Mie, in cui si assume che le particelle siano approssimabili come sfere dielettriche omogenee. Esiste, inoltre, una teoria approssimata, dovuta a Rayleigh, che fornisce una semplificazione della soluzione di Mie

nell'ipotesi in cui le dimensioni delle particelle siano molto più piccole della lunghezza d'onda della radiazione elettromagnetica incidente.

La tesina è organizzata nel modo seguente: il primo Capitolo presenta la teoria della diffusione di Mie per particelle sferiche omogenee e l'approssimazione di Rayleigh; il secondo Capitolo presenta i risultati ottenuti dalle simulazioni in ambiente MATLAB. Infine in Appendice sono riportati i codici MATLAB delle principali funzioni utilizzate.

Capitolo 1

Diffusione di Mie

La teoria di Mie sulla diffusione e l'assorbimento di onde elettromagnetiche è basata sull'applicazione delle equazioni di Maxwell alla diffusione di un'onda piana causata da una sfera omogenea localizzata in un mezzo non assorbente.

Detta P_i la densità di potenza dell'onda elettromagnetica incidente e W_a la potenza assorbita dalla particella di raggio a , si definisce sezione di assorbimento la quantità

$$\sigma_a = \frac{W_a}{P_i}$$

per cui, detta A la sezione geometrica della particella, il fattore di efficienza di assorbimento risulta pari a

$$\xi_a = \frac{\sigma_a}{A_g} = \frac{\sigma_a}{\pi a^2}$$

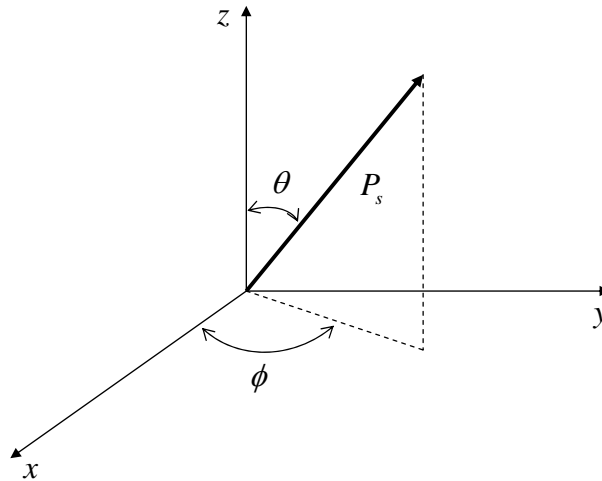


Figura 1.1: Onda piana diffusa nella direzione (θ, ϕ) da una particella sferica posta al centro del sistema di riferimento.

In riferimento alla Figura 1.1, se l'onda piana incidente si propaga nella direzione z e se $P_s(\theta, \phi)$ è la densità di potenza della radiazione diffusa nella direzione (θ, ϕ) a distanza r dalla particella, la potenza totale diffusa della particella è data da

$$W_s = \iint_{4\pi} P_s(\theta, \phi) r^2 d\Omega$$

Di conseguenza, la sezione di diffusione σ_s ed il fattore di efficienza di diffusione ξ_s sono definiti come

$$\sigma_s = \frac{W_s}{P_i}$$

$$\xi_s = \frac{\sigma_s}{A_g} = \frac{\sigma_s}{\pi a^2}$$

La potenza totale rimossa dall'onda incidente è $W_a + W_s$, per cui le corrispondenti sezione di estinzione σ_e ed efficienza di estinzione ξ_e sono

$$\sigma_e = \sigma_a + \sigma_s$$

$$\xi_e = \xi_a + \xi_s$$

Il rapporto σ_s/σ_e è chiamato albedo della particella.

La potenza diffusa W_s è la potenza totale diffusa dalla particella in tutte le possibili direzioni. Di particolare interesse in radar meteorologia è la densità di potenza retrodiffusa verso la sorgente di radiazione, ovvero $P_s(\theta = \pi, \phi)$, per cui si introduce la sezione di retrodiffusione σ_b definita come un'area apparente che intercetta una potenza $P_i\sigma_b$ che, se diffusa isotropicamente, produce a distanza r una densità di potenza P_s uguale a quella diffusa realmente dalla particella. In formule si ha

$$\sigma_{bs} = 4\pi r^2 \frac{P_s(\theta = \pi, \phi)}{P_i}$$

La soluzione di Mie è data dalle seguenti due quantità

$$\chi = k_b a = \frac{2\pi a}{\lambda_b} = \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{\varepsilon'_{rb}}$$

$$n = \frac{n_p}{n_b} = \left(\frac{\varepsilon_{cp}}{\varepsilon_{cb}} \right)^{1/2} = \varepsilon_c^{1/2}$$

dove

- k_b è il numero d'onda del mezzo in cui si trova la particella;
- ε'_{rb} è la parte reale della costante dielettrica relativa del mezzo;
- λ_b è la lunghezza d'onda del mezzo;

- λ_0 è la lunghezza d'onda nel vuoto;
- n_p e n_b sono rispettivamente gli indici di rifrazione della particella sferica e del mezzo;
- ε_{cp} e ε_{cb} sono rispettivamente le costanti dielettriche complesse della particella sferica e del mezzo.

Grazie alla soluzione di Mie le sezioni di diffusione, retrodiffusione ed estinzione possono essere espresse in termini di serie convergenti, ovvero

$$\sigma_s = \frac{\lambda_b^2}{2\pi} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1)(|a_l|^2 + |b_l|^2)$$

$$\sigma_{bs} = \frac{\lambda_b^2}{4\pi} \left| \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l (2l+1)(a_l - b_l) \right|^2$$

$$\sigma_e = \frac{\lambda_b^2}{2\pi} (-\text{Re}) \left[\sum_{l=1}^{\infty} (2l+1)(a_l + b_l) \right]$$

dove a_l e b_l sono i coefficienti di Mie.

Le espressioni formali dei coefficienti di Mie dipendono dalle funzioni di Bessel di argomento complesso. Utilizzando la funzione ricorsiva

$$W_l = \left(\frac{2l-1}{\chi} \right) W_{l-1} - W_{l-2}$$

con

$$W_0 = \sin \chi + j \cos \chi$$

$$W_{-1} = \cos \chi - j \sin \chi$$

i coefficienti di Mie si scrivono nella forma

$$a_l = \frac{\left(\frac{A_l}{n} + \frac{1}{\chi} \right) \text{Re} \{W_l\} - \text{Re} \{W_{l-1}\}}{\left(\frac{A_l}{n} + \frac{1}{\chi} \right) W_l - W_{l-1}}$$

$$b_l = \frac{\left(nA_l + \frac{1}{\chi} \right) \text{Re} \{W_l\} - \text{Re} \{W_{l-1}\}}{\left(nA_l + \frac{1}{\chi} \right) W_l - W_{l-1}}$$

dove

$$A_l = -\frac{1}{n\chi} + \left[\frac{1}{n\chi} - A_{l-1} \right]^{-1}$$

con $A_0 = \cot(n\chi)$.

1.1 Approssimazione di Rayleigh

Se le dimensioni delle particelle sono più piccole della lunghezza d'onda della radiazione incidente ($|\eta\chi| \ll 1$), si può utilizzare l'approssimazione di Rayleigh per semplificare la soluzione di Mie. In particolare si ha

$$\begin{aligned}\sigma_s &= \frac{2}{3} \frac{\pi^5}{\lambda^4} |K|^2 D^6 \\ \sigma_{bs} &= \frac{\pi^5}{\lambda^4} |K|^2 D^6 \\ \sigma_a &= \frac{\pi^5}{\lambda^4} D^3 \text{Im} \{-K\} \\ \sigma_e &= \sigma_a + \sigma_s\end{aligned}$$

dove D è il diametro della particella e K è il fattore complesso dielettrico, ovvero

$$K = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$$

1.2 Coefficienti volumetrici

In una nube o cella di pioggia di solito si assume che i diffusori sono casualmente distribuiti all'interno del volume, in modo tale da non esserci coerenza di fase tra i campi elettromagnetici diffusi delle singole particelle. Di conseguenza, la sezione totale di diffusione di un certo volume è uguale alla somma algebrica delle sezioni di diffusione σ_s di tutte le singole particelle contenute in quel volume.

Poichè σ_s dipende dal diametro D delle idrometeore, è necessario tener conto della distribuzione delle dimensioni delle particelle (*Drop Size Distribution*) attraverso la funzione $N(D)$. Quest'ultima definisce la concentrazione parziale di particelle per unità di volume e per unità di incremento di D . Sulla base di tale definizione possono essere definiti i seguenti coefficienti:

- coefficiente di diffusione di volume

$$k_s = \int_{D_{min}}^{D_{max}} \sigma_s(D) N(D) dD$$

- coefficiente di assorbimento di volume

$$k_a = \int_{D_{min}}^{D_{max}} \sigma_a(D) N(D) dD$$

- coefficiente di estinzione di volume

$$k_e = \int_{D_{min}}^{D_{max}} \sigma_e(D) N(D) dD$$

- coefficiente di retrodiffusione di volume

$$\eta = \int_{D_{min}}^{D_{max}} \sigma_{bs}(D) N(D) dD$$

dove D_{min} e D_{max} rappresentano, rispettivamente, i limiti inferiore e superiore dei diametri delle particelle contenute nel volume.

1.3 Distribuzione delle dimensioni delle idrometeore

La definizione della funzione di distribuzione $N(D)$ ha permesso di estendere la teoria di diffusione da particelle singole a diffusori distribuiti. Le funzioni che rappresentano $N(D)$ più utilizzate sono:

- la distribuzione logaritmica

$$N(D) = \frac{N_T}{\sqrt{2\pi}(\ln \sigma)D} \exp \left[-\ln^2(D/D_g)/(2\ln^2 \sigma) \right]$$

che dipende dai tre parametri N_T , D_g e σ ;

- la distribuzione gamma modificata

$$N(D) = N_0 D^\mu e^{-\Lambda D}$$

che dipende anch'essa da tre parametri (in questo caso N_0 , μ e Λ).

Per applicazioni relative alle precipitazioni esiste una forma semplificata della distribuzione gamma, ottenuta ponendo $\mu = 0$, che è chiamata distribuzione esponenziale. In formule si ha

$$N(D) = N_0 e^{-\Lambda D}$$

con $\Lambda = aR^b$, dove N_0 , a e b dipendono dalla precipitazione considerata.

Capitolo 2

Simulazioni e risultati

In questo Capitolo si presentano le simulazioni effettuate in MATLAB della diffusione di radiazione elettromagnetica da distribuzioni di gocce di pioggia di forma sferica sulla base di funzioni implementate dal Prof. C. Mätzler [4]. Pertanto, per evidenziare l'utilizzo di tali funzioni, è stato realizzato un codice (v. `init.m` in Appendice) in cui queste vengono tutte richiamate.

MATLAB (abbreviazione di *Matrix Laboratory*) è un ambiente integrato per la matematica e l'ingegneria creato dalla Math Works [3], che combina calcolo numerico e matriciale, grafica e visualizzazione avanzata, nonché un linguaggio di programmazione di alto livello. Grazie a numerose biblioteche di funzioni, permette di risolvere vari tipi di problemi inerenti ai campi dell'ingegneria quali la controllistica, l'analisi e l'elaborazione di segnali, le telecomunicazioni, l'elaborazione di immagini, etc.

2.1 Singola goccia d'acqua

Le simulazioni sono state inizialmente effettuate considerando una singola goccia d'acqua.

La teoria di diffusione di Mie, come descritto nel Capitolo 1, richiede l'indice di rifrazione complesso n . Assumendo che la permeabilità magnetica sia prossima ad 1, si definisce la seguente relazione tra n e la costante dielettrica relativa complessa dell'acqua liquida ε :

$$n = \sqrt{\varepsilon}$$

Per calcolare ε è stato utilizzato il modello di Liebe [1] nella funzione MATLAB `epswater.m` il cui codice viene riportato in Appendice (così come tutti gli altri codici di seguito menzionati). La teoria di Mie è stata implementata nella funzione `Mie_rain1.m` alla temperatura $T = 277K$ per due frequenze ($5GHz$ e $94GHz$). I risultati ottenuti sono illustrati rispettivamente nelle Figure 2.1 e 2.2, in cui si riportano gli andamenti delle efficienze di diffusione (Q_{sca}), di assorbimento (Q_{abs}), di estinzione (Q_{ext}) e

di retrodiffusione (Q_b) (e per completezza anche il parametro di asimmetria $\cos\theta$) rispetto al diametro D (espresso in mm) delle gocce d'acqua sia in scala lineare (in alto) che logaritmica (in basso). Nei titoli delle immagini, vicino alla temperatura e alla frequenza il parametro m non è altro che l'indice di rifrazione n .

In scala logaritmica viene evidenziato il regime di Rayleigh con un andamento rettilineo fino a $D \simeq 2mm$ alla frequenza di $5GHz$ e fino a $D \simeq 0.3mm$ alla frequenza di $94GHz$. Ciò spiega perchè le informazioni sulla pioggia fornite dai radar a $5GHz$ vengono di solito interpretate in termini della teoria della diffusione di Rayleigh.

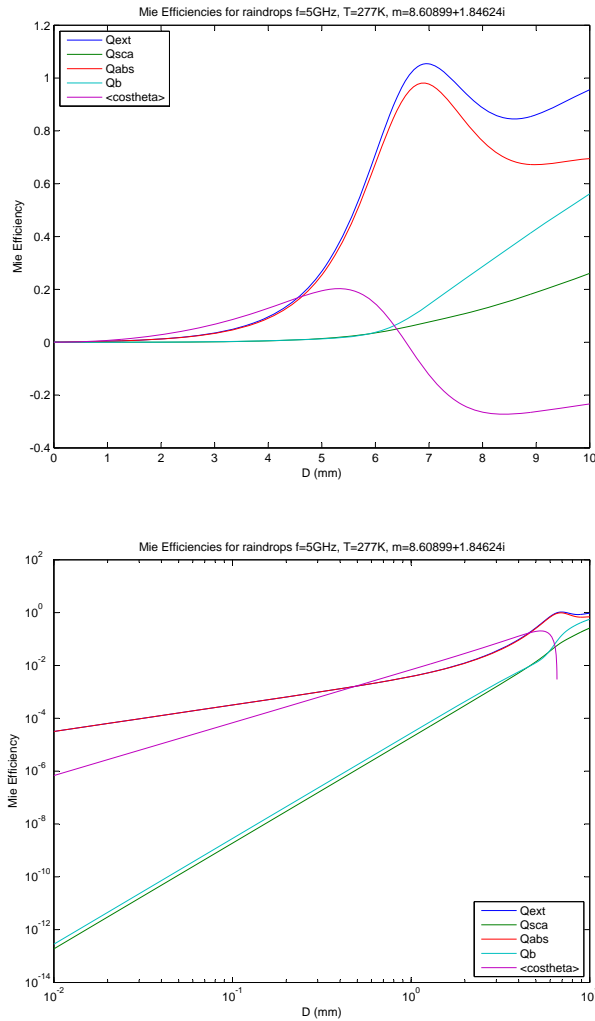


Figura 2.1: Andamento delle efficienze di Mie relative alle gocce d'acqua alla temperatura $T = 277K$ e alla frequenza $f = 5GHz$, in scala lineare (in alto) e in scala logaritmica (in basso).

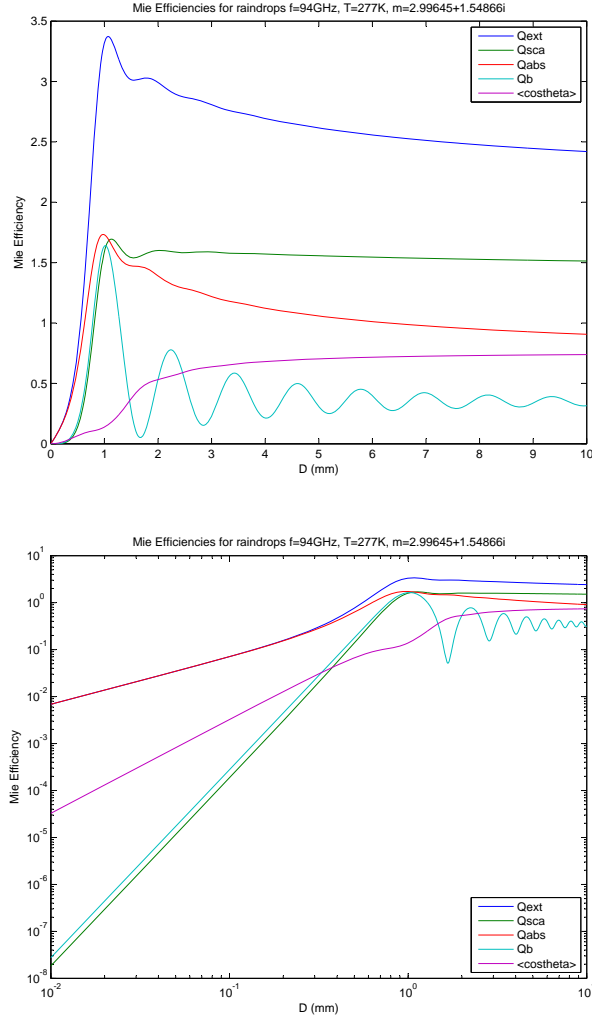


Figura 2.2: Andamento delle efficienze di Mie relative alle gocce d'acqua alla temperatura $T = 277K$ e alla frequenza $f = 94GHz$, in scala lineare (in alto) e in scala logaritmica (in basso).

2.1.1 Confronto con la teoria di Rayleigh

Per verificare l'accuratezza dell'approssimazione di Rayleigh (v. Paragrafo 1.1), ne è stato fatto un confronto con la teoria di Mie (v. funzione `Mie_rain1r.m` in Appendice). I risultati sono illustrati nella Figura 2.3. Anche in questo caso si riportano gli andamenti delle efficienze di diffusione (Q_{sca}), di assorbimento (Q_{abs}), di estinzione (Q_{ext}) e di retrodiffusione (Q_b) rispetto al diametro D (espresso in mm) denotando con M i parametri risultanti dall'applicazione della teoria di Mie e con R quelli relativi alla teoria di Rayleigh.

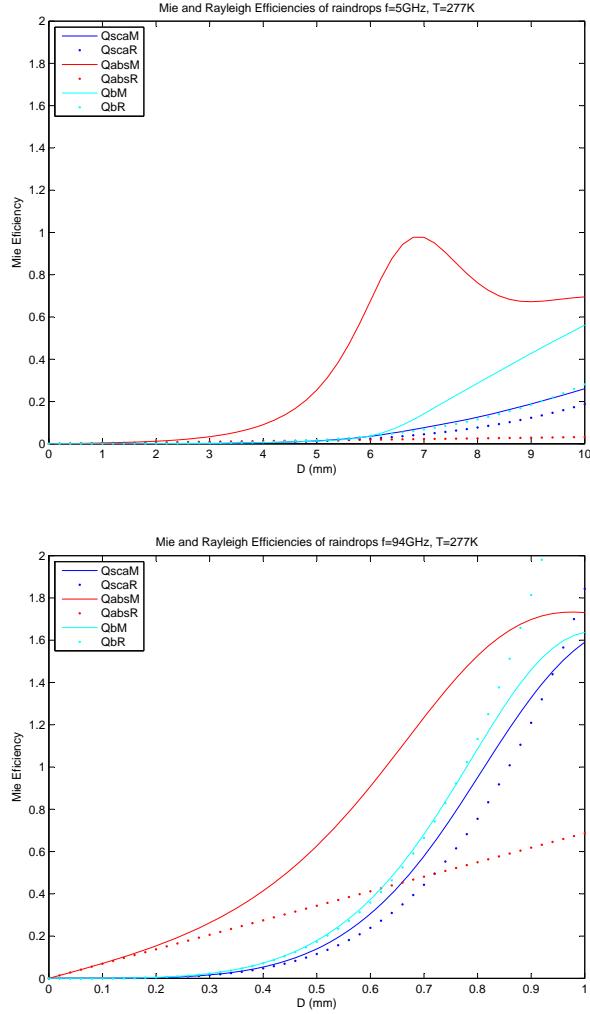


Figura 2.3: Andamento delle efficienze relative alle gocce d'acqua risultanti dal confronto tra la teoria di Mie (M) e di Rayleigh (R) alla temperatura $T = 277K$ e alle frequenze $f = 5GHz$ (in alto) e $f = 94GHz$ (in basso).

Si osservi come l'efficienza di assorbimento sia sottostimata applicando la teoria di Rayleigh alla frequenza $f = 5GHz$ (Figura 2.3, in alto) a partire da $D \simeq 2mm$ di un fattore pari ad $1/2$; per questo motivo nella radiometria a microonde per frequenze superiori o uguali a $5GHz$ è necessario utilizzare la teoria di Mie. D'altra parte, per le efficienze di diffusione e retrodiffusione, l'approssimazione di Rayleigh risulta valida fino a $D = 6mm$, coprendo in tal modo l'intero intervallo di diametri tipici delle gocce d'acqua.

Risultati simili sono stati ottenuti alla frequenza di $94GHz$ (Figura 2.3, in basso). La sottostima dell'assorbimento di un fattore pari ad $1/2$ si ha per

$D = 0.5mm$, ovvero un valore 4 volte più piccolo rispetto alla frequenza di $5GHz$, nonostante la frequenza sia più grande di un fattore pari a 9. Per la diffusione, e specialmente per la retrodiffusione, otteniamo nuovamente che l'approssimazione di Rayleigh è utile fino a valori di D prossimi a $0.8mm$.

2.1.2 Diagramma angolare e campo interno

Nelle Figure 2.4-2.9 sono illustrati i diagrammi angolari di diffusione delle gocce d'acqua all'aumentare del diametro D alla frequenza di $94GHz$ (a sinistra), e la dipendenza radiale del valore assoluto quadratico del campo elettrico in una sfera (a destra).

Considerando solo i diagrammi angolari (v. funzione `Mie.tetascan.m` in Appendice), si può osservare che mentre l'efficienza di diffusione è all'incirca costante al valore 1.6 (v. Figura 2.2, in alto), vi è un forte cambiamento nei diagrammi angolari di diffusione passando da $\chi = 1$ a $\chi = 2.2$ (nei grafici il parametro di Mie χ è indicato con x). Questo cambiamento è indicato in Figura 2.2 dall'aumento di $\langle \cos\theta \rangle$ oltre l'intervallo di χ considerato.

Il diagramma angolare in Figura 2.4 si riferisce al primo massimo di retrodiffusione Q_b in Figura 2.2, quello in Figura 2.6 è relativo ad un decremento di Q_b , mentre la Figura 2.8 si riferisce al secondo massimo di Q_b . In tutti e tre i casi, l'intervallo angolare $0 - 180^\circ$ è relativo alla polarizzazione perpendicolare al piano di diffusione, mentre l'intervallo $180 - 360^\circ$ si riferisce alla polarizzazione parallela al piano di diffusione.

Il rapporto del valore assoluto quadratico medio del campo elettrico tra il campo interno alla sfera e il campo incidente (v. funzione `Mie.esquare.m` in Appendice) è riportato nelle Figure 2.5, 2.7, 2.9 rispetto alla distanza radiale normalizzata r_k per le tre situazioni descritte per i diagrammi angolari. È stato osservato che già per $\chi = 1$ il campo interno è maggiore rispetto al caso di diffusione di Rayleigh (in cui il valore deriva dall'espressione $9/|n^2 + 2|^2$, in modo tale da diventare pari a 0.056). Questo è il motivo della potenza della teoria di Mie sull'assorbimento per piccoli valori di χ .

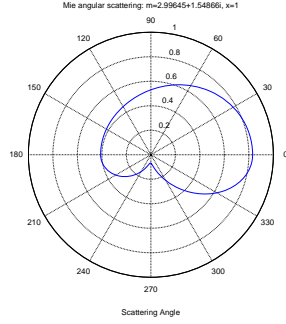


Figura 2.4: Diagramma angolare di diffusione delle gocce d'acqua per $\chi = 1$ ($D = 1.02mm$) ad $f = 94GHz$ e $T = 277K$.

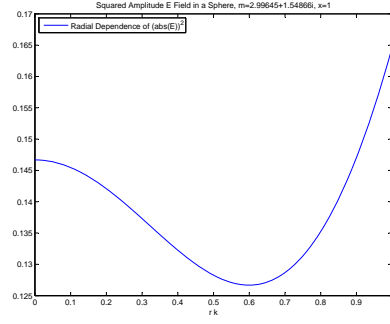


Figura 2.5: Dipendenza radiale del valore assoluto quadratico medio del campo elettrico per $\chi = 1$ ($D = 1.02mm$) ad $f = 94GHz$ e $T = 277K$.

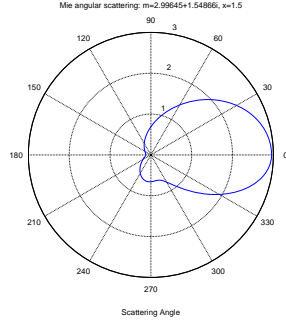


Figura 2.6: Diagramma angolare di diffusione delle gocce d'acqua per $\chi = 1.5$ ($D = 1.52mm$) ad $f = 94GHz$ e $T = 277K$.

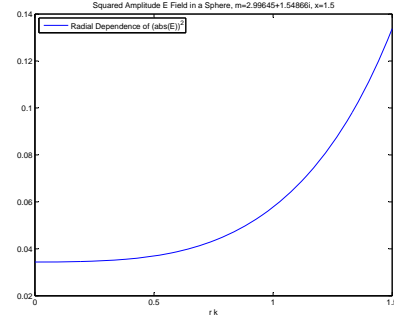


Figura 2.7: Dipendenza radiale del valore assoluto quadratico medio del campo elettrico per $\chi = 1.5$ ($D = 1.52mm$) ad $f = 94GHz$ e $T = 277K$.

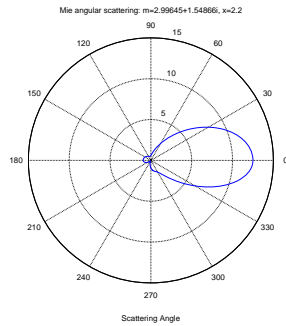


Figura 2.8: Diagramma angolare di diffusione delle gocce d'acqua per $\chi = 2.2$ ($D = 2.23mm$) ad $f = 94GHz$ e $T = 277K$.

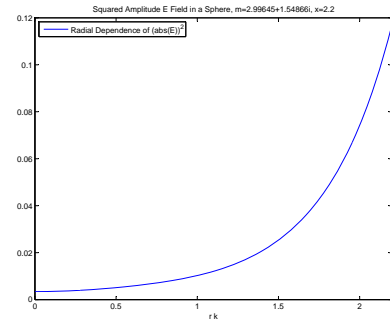


Figura 2.9: Dipendenza radiale del valore assoluto quadratico medio del campo elettrico per $\chi = 2.2$ ($D = 2.23mm$) ad $f = 94GHz$ e $T = 277K$.

2.2 Nubi di gocce d'acqua

Considerando un gran numero di gocce d'acqua diffusori distribuite casualmente in aria (assumendo l'indice di rifrazione dell'aria pari a 1), si possono determinare i coefficienti volumetrici di diffusione γ_{sca} , di retrodiffusione γ_b , di assorbimento γ_{abs} e di estinzione γ_{ext} (nel Paragrafo 1.2 erano stati chiamati k_i al posto di γ_i) mediante l'utilizzo dei parametri di Mie finora analizzati e della distribuzione della dimensione delle gocce d'acqua $N(D)$ (v. Paragrafo 1.3). In particolare si ha

$$\gamma_i = 0.25\pi \int_0^{\infty} D^2 Q_i(D) N(D) dD$$

con $i = ext, abs, sca, b$ e

$$\gamma_{sca} < \cos\theta > = 0.25\pi \int_0^{\infty} D^2 < \cos\theta > (D) Q_{sca}(D) N(D) dD$$

dove $< \cos\theta > (D)$ è una funzione del diametro D .

Per effettuare le simulazioni è stata utilizzata la distribuzione esponenziale $N(D)$ descritta nel Paragrafo 1.3 assumendo i parametri proposti da Marshall e Palmer, ovvero

$$N_0 = 0.08 cm^{-4}$$

$$\Lambda = 41 R^{-0.21} cm^{-1}$$

dove R è il tasso di precipitazione utilizzato per valutare l'intensità delle precipitazioni.

2.2.1 Funzioni peso dei coefficienti

Le funzioni integrande dei coefficienti γ_i possono essere considerate funzioni peso. Il forte decremento esponenziale di $N(D)$ all'aumentare del diametro D attribuisce un peso maggiore alle gocce d'acqua più piccole. D'altra parte, i parametri delle gocce di dimensioni prossime allo zero sono nulli e aumentano, secondo l'approssimazione di Rayleigh, proporzionalmente a D^3 per l'assorbimento e a D^6 per la diffusione. Per tale motivo, esiste un intervallo di D di massima influenza dipendente dal parametro in esame e con una forte sensibilità alla frequenza.

Nelle Figure 2.10-2.11 sono mostrate diverse situazioni, utilizzando la funzione `Mie_rain2.m` (v. Appendice). Alle frequenze fino a $10GHz$, la diffusione risulta trascurabile rispetto all'assorbimento. Nella Figura 2.10 è stata utilizzata la scala logaritmica per vedere meglio gli effetti della diffusione, alle frequenze di $10GHz$ (a) e di $18GHz$ (b), con $R = 1mm/h$ e

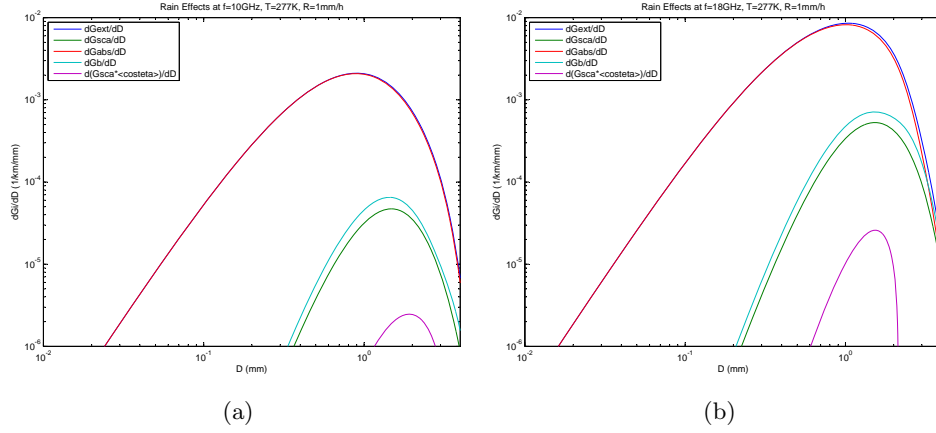


Figura 2.10: Funzioni integrande di γ_i a $T = 277K$ e $R = 1mm/h$ alle frequenze: (a) $10GHz$, (b) $18GHz$.

$T = 277K$ in entrambi i casi. La Figura 2.11 rappresenta, in scala lineare, il comportamento a frequenze che vanno dai $35GHz$ ai $300GHz$. Si noti come tutte le Figure presentate in questo Paragrafo presentino un picco: ciò significa che un radar multi-frequenza può fornire informazioni dettagliate sulla distribuzione delle dimensioni delle gocce d'acqua. Le ragioni per cui i sistemi radar non sono stati utilizzati per tali scopi possono essere ricondotte a problemi dovuti al rumore nei dati e nel grande fenomeno di estinzione alle lunghezze d'onda dei mm .

Il massimo della funzione peso del coefficiente di retrodiffusione γ_b si ha per

- $D \simeq 1.5mm$ nell'intervallo di frequenze $10 - 35GHz$;
- $D \simeq 1mm$ alla frequenza $f = 94GHz$;
- $D \simeq 0.6mm$ alla frequenza $f = 160GHz$;
- $D \simeq 0.3mm$ alla frequenza $f = 300GHz$.

In questo modo risulta coperto il tipico intervallo di dimensioni delle gocce d'acqua.

Si noti come le altre funzioni peso siano leggermente diverse. In particolare il parametro di asimmetria assume a volte valori negativi, indicando un aumento della diffusione nell'emisfero inferiore. Tuttavia, nella maggior parte dei casi, i valori sono positivi.

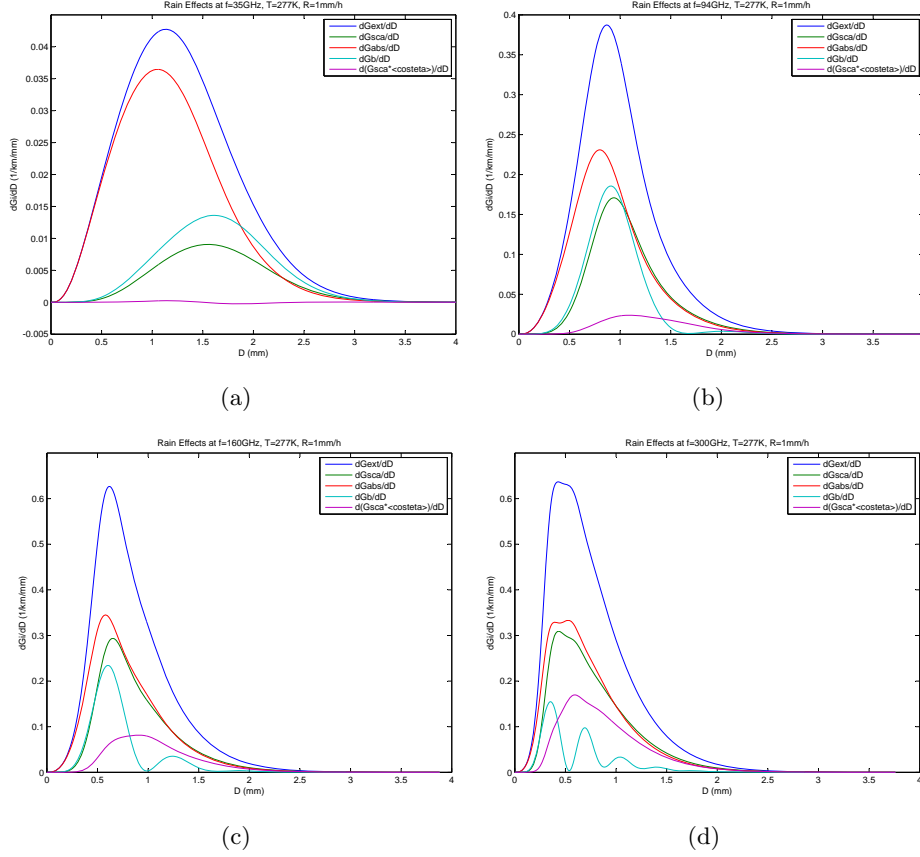


Figura 2.11: Funzioni integrande dei coefficienti di estinzione γ_{ext} , di diffusione γ_{sca} , di assorbimento γ_{abs} , di retrodiffusione γ_b e di $\gamma_{sca} < \cos\theta >$ rispetto al diametro D alla temperatura $T = 277K$ con $R = 1mm/h$ alle frequenze: (a) $35GHz$, (b) $94GHz$, (c) $160GHz$, (d) $300GHz$.

2.2.2 Spettro della pioggia

Mediante l'utilizzo della funzione `Mie_rain4.m` è stato possibile relazionare i coefficienti di propagazione di Mie rispetto alla frequenza f . Per ottenere risultati accurati nell'integrazione sono stati impostati i seguenti parametri:

- $nsteps = 501$;
- $dD = 0.01R^{1/6}/fGHz^{0.05}$

dove $nsteps$ è il numero di passi nell'integrazione numerica, partendo da $D = 0$, e dD è l'incremento dipendente dal tasso di precipitazione R (espresso in mm/h) e dalla frequenza $fGHz$ (espressa in GHz). I risultati sono mostrati in Figura 2.12 per valori di R pari ad $1mm/h$ (a sinistra) e $10mm/h$ (a destra). Le curve tendono ad aumentare all'aumentare della frequenza o a raggiungere una saturazione al di sopra o al di sotto dell'intervallo spettrale

presentato, o ancora presentano un picco morbido, specialmente per γ_b . La frequenza di picco diminuisce all'aumentare di R .

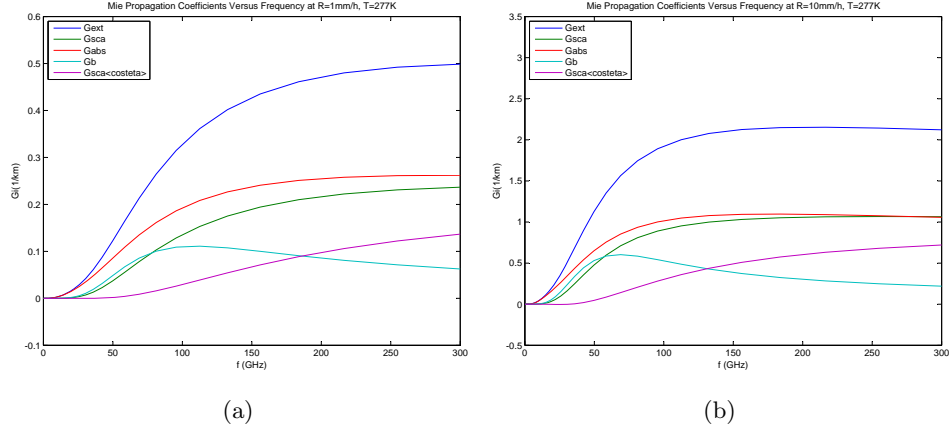


Figura 2.12: Coefficienti di estinzione γ_{ext} , di diffusione γ_{sca} , di assorbimento γ_{abs} , di retrodiffusione γ_b e $\gamma_{sca} < \cos\theta >$ rispetto alla frequenza f alla temperatura $T = 277K$ ad $R = 1mm/h$ (a) e $R = 10mm/h$ (b).

2.2.3 Dipendenza dal tasso di precipitazione

In Figura 2.13 sono illustrati i coefficienti γ_i rispetto al tasso di precipitazione R , in scala lineare, a diverse frequenze (v. funzione `Mie_rain3.m` in Appendice). Le curve sono piuttosto morbide, anche se a volte si presentano come quasi linee rette.

2.2.4 Dipendenza dalla temperatura

La dipendenza dei coefficienti di propagazione dalla temperatura è mostrata in Figura 2.14, a diverse frequenze (v. funzione `Mie_rain5.m` in Appendice). La massima sensibilità si ha per l'assorbimento alla minor frequenza.

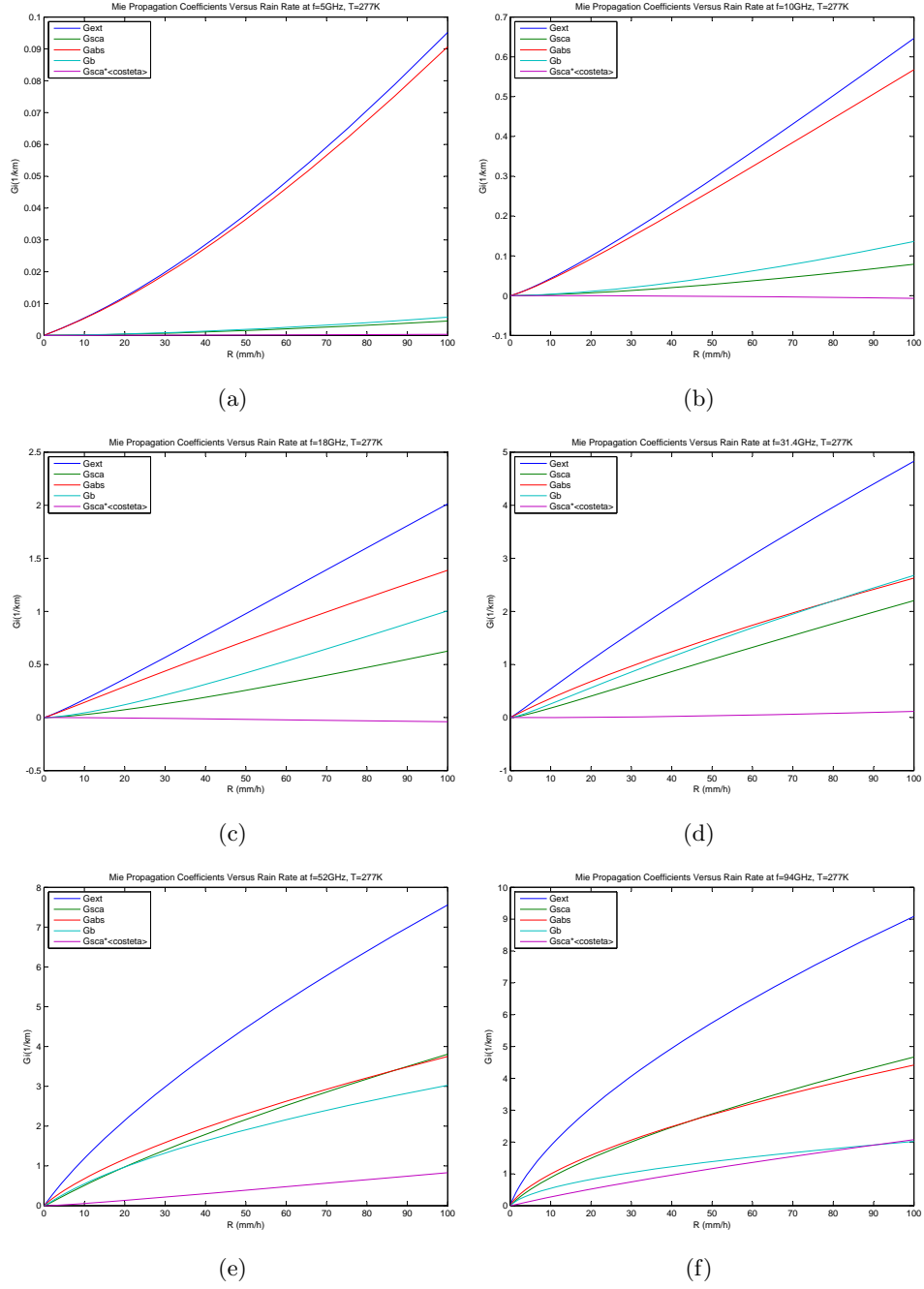


Figura 2.13: Coefficienti di estinzione γ_{ext} , di diffusione γ_{sca} , di assorbimento γ_{abs} , di retrodiffusione γ_b e $\gamma_{sca} \cdot \langle \cos\theta \rangle$ rispetto al tasso di precipitazione R alla temperatura $T = 277K$ alle frequenze: (a) $5GHz$, (b) $10GHz$, (c) $18GHz$, (d) $31.4GHz$, (e) $52GHz$, (f) $94GHz$.

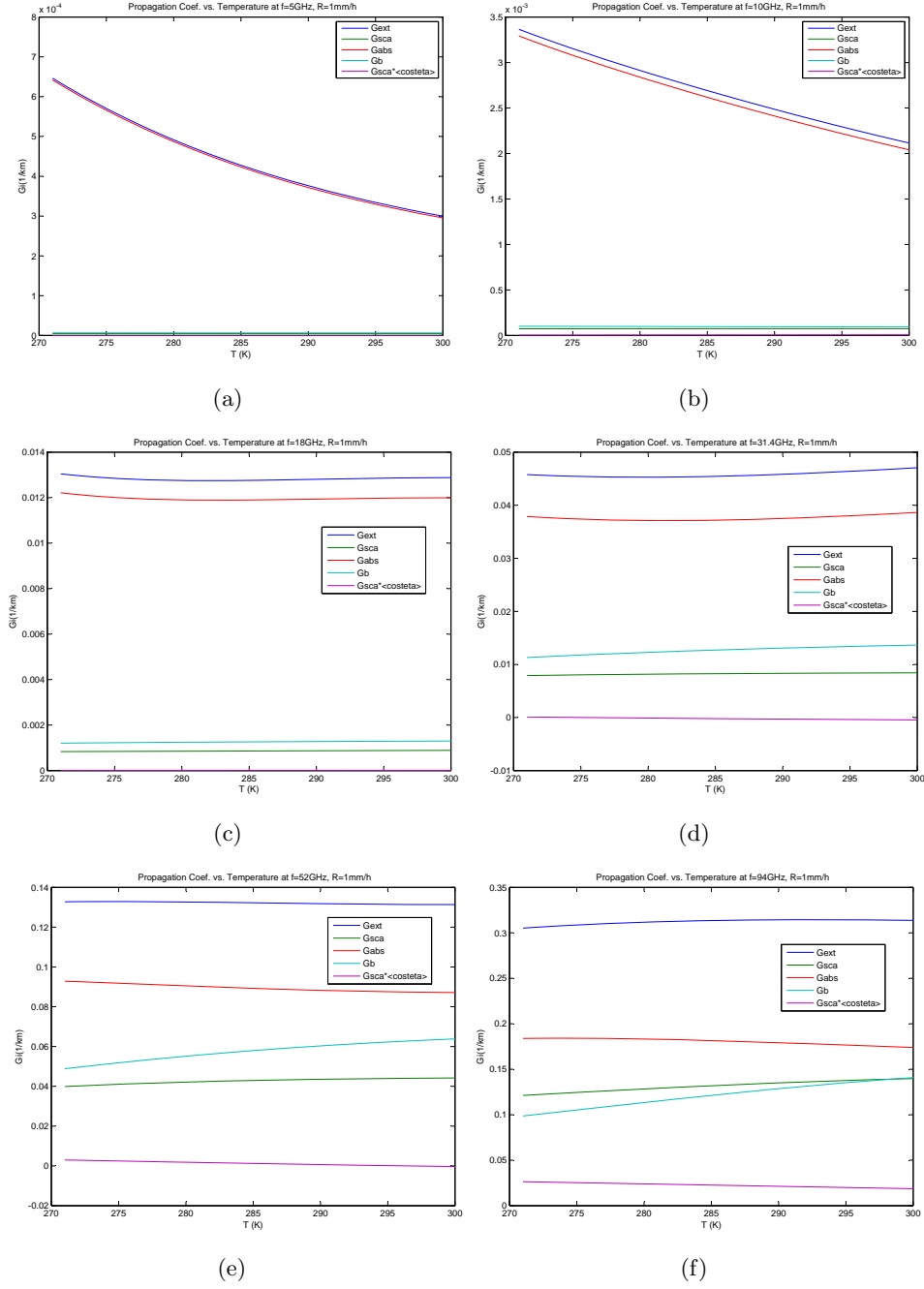


Figura 2.14: Coefficienti di estinzione γ_{ext} , di diffusione γ_{sca} , di assorbimento γ_{abs} , di retrodiffusione γ_b e $\gamma_{sca} < \cos\theta >$ rispetto alla temperatura T ad $R = 1 \text{ mm/h}$ alle frequenze: (a) 5 GHz , (b) 10 GHz , (c) 18 GHz , (d) 31.4 GHz , (e) 52 GHz , (f) 94 GHz .

Capitolo 3

Conclusioni

Nella presente tesina sono stati illustrati i risultati dell'applicazione della teoria di Mie per l'analisi della diffusione di radiazione elettromagnetica da distribuzioni di gocce di pioggia di forma sferica, nel campo delle microonde e lunghezze d'onda millimetriche.

I grafici hanno avuto lo scopo di mettere in evidenza il diverso comportamento dei parametri di Mie rispetto a determinate dipendenze (ad esempio rispetto alla frequenza, al tasso di precipitazione, alla temperatura, etc.).

In Appendice, inoltre, sono state riportate le funzioni principali utilizzate in MATLAB al fine di permettere al lettore di poter rielaborare le informazioni date.

Appendice A

Appendice

Nell'Appendice vengono riportati i codici delle principali funzioni MATLAB utilizzate per studiare la diffusione di radiazione elettromagnetica da distribuzioni di gocce di pioggia di forma sferica.

A.1 init.m

```
%file dove inserire i dati per la simulazione

clear all
close all

fGHz=5;
TK=277;

% Parametri di Mie per una singola goccia d'acqua
nsteps=1001;
dD=0.01;
Mie_rain1(fGHz, TK, nsteps, dD);

% Confronto con la teoria di Rayleigh
nsteps=51;
dD=0.2;
Mie_rain1r(fGHz, TK, nsteps, dD);

% Diagramma angolare della diffusione di Mie
m=sqrt(epswater(fGHz, TK));
nsteps=1001;
x=2.2;
Mie_tetascan(m, x, nsteps);

% Dipendenza radiale del campo elettrico quadratico medio
m=sqrt(epswater(fGHz, TK));
nj=1001;
x=2.2;
Mie_esquare(m, x, nj);

% Coefficienti di Mie per nubi di gocce d'acqua
R=1;
Mie_rain2(fGHz, TK, R);
```

```

% Coefficienti di propagazione di Mie per nubi di gocce d'acqua
% rispetto alla frequenza
R=10;
fmin=0.1;
fmax=300;
nfreq=50;
Mie_rain4(R, TK, fmin, fmax, nfreq);

% Coefficienti di propagazione di Mie per nubi di gocce d'acqua
% rispetto al rain rate
nrain=50;
pam=1;
Mie_rain3(fGHz, TK, nrain, pam)

% Coefficienti di propagazione di Mie per nubi di gocce d'acqua
% rispetto alla temperatura
nrain=50;
R=1;
Mie_rain5(fGHz, R, nrain)

```

A.2 epswater.m

```

function result = epswater(fGHz, TK)

% Dielectric permittivity of liquid water without salt according
% to Liebe et al. 1991 Int. J. IR+mm Waves 12(12), 659-675
% Frequency range: 1 to 1000 GHz, temperature range: 270 to 310 K,
% extended 250 to 330 K
% Input: fGHz: frequency in GHz, TK: temperature in K
% Mätzler, June 2002

TETA=1-300/TK;
e0=77.66-103.3*TETA;
e1=0.0671*e0;
f1=20.2+146.4*TETA+316*TETA.*TETA;
e2=3.52+7.52*TETA; % version of Liebe 1993 uses: e2=3.52
f2=39.8*f1;

eps=e2+(e1-e2)./(1-i*fGHz./f2)+(e0-e1)./(1-i*fGHz./f1);

result=eps;

```

A.3 Mie_rain1.m

```

function result = Mie_rain1(fGHz, TK, nsteps, dD)

% Efficiencies of rain extinction, scattering, absorption
% backscattering and asymmetric scattering, using Mie Theory and
% the dielectric model of Liebe et al. (1991), see epswater.
% Input: fGHz frequency in GHz, TK temperature in K, nsteps number
% of diameters (D in mm), dD increment of diameter in mm
% C. Mätzler, June 2002

m=sqrt(epswater(fGHz, TK));
nx=(1:nsteps)';
D=(nx-1)*dD;

```



```

c0=299.793;
x=pi*D*fGHz/c0;

for j=1:nsteps
    a(j,:)=Mie(m,x(j));
end;

output_parameters='Qext, Qsca, Qabs, Qb, <costeta>'

% plotting the results
m1=real(m);m2=imag(m);
figure
plot(D,a(:,1:5))
legend('Qext','Qsca','Qabs','Qb','<costheta>')
title(sprintf('Mie Efficiencies for raindrops f=%gGHz, T=%gK, m=%g+%gi',fGHz,TK,m1,m2))
xlabel('D (mm)')
ylabel('Mie Efficiency')

figure
loglog(D,a(:,1:5))
legend('Qext','Qsca','Qabs','Qb','<costheta>')
title(sprintf('Mie Efficiencies for raindrops f=%gGHz, T=%gK, m=%g+%gi',fGHz,TK,m1,m2))
xlabel('D (mm)')
ylabel('Mie Efficiency')

result=a;

```

A.4 Mie_rain1r.m

```

function result = Mie_rain1r(fGHz, TK, nsteps, dD)

% Comparison of Efficiencies of rain extinction, scattering, absorption
% backscattering and asymmetric scattering,
% between Mie and Rayleigh Theory
% Input: fGHz frequency in GHz, TK temperature in K, nsteps number
% of diameters (D in mm), dD increament of diameter in mm
% C. Mätzler, June 2002

m=sqrt(epswater(fGHz, TK));
nx=(1:nsteps)';
D=(nx-1)*dD;
c0=299.793;
x=pi*D*fGHz/c0;

for j=1:nsteps
    a(j,:)=Mie(m,x(j));
    ar(j,:)=Mie_1(m,x(j));
end;

% plotting the results
figure
plot(D,a(:,2),'b -',D,ar(:,2),'b',D,a(:,3),'r -',D,ar(:,3),
    'r',D,a(:,4),'c -',D,ar(:,4),'c');
legend('QscaM','QscaR','QabsM','QabsR','QbM','QbR')
title(sprintf('Mie and Rayleigh Efficiencies of raindrops f=%gGHz, T=%gK',fGHz,TK))
xlabel('D (mm)')
ylabel('Mie Efficiency');

```

```
result=[a ar];
```

A.5 Mie_tetascan.m

```
function result = Mie_tetascan(m, x, nsteps)

% Computation and plot of Mie Power Scattering function for given
% complex refractive-index ratio m=m'+im", size parameters x=k0*a,
% according to Bohren and Huffman (1983) BEWI:TDD122
% C. Mätzler, May 2002.

m1=real(m); m2=imag(m);
nx=(1:nsteps); dteta=pi/(nsteps-1);
teta=(nx-1).*dteta;

for j=1:nsteps
    u=cos(teta(j));
    a(:,j)=Mie_S12(m,x,u);
    SL(j)= real(a(1,j)'*a(1,j));
    SR(j)= real(a(2,j)'*a(2,j));
end;

y=[teta teta+pi;SL SR(nsteps:-1:1)]';

figure
polar(y(:,1),y(:,2))
title(sprintf('Mie angular scattering: m=%g+%gi, x=%g',m1,m2,x));
xlabel('Scattering Angle')

result=y;
```

A.6 Mie_esquare.m

```
function result = Mie_Esquare(m, x, nj)

% Computation of nj+1 equally spaced values within (0,x)
% of the mean-absolute-square internal
% electric field of a sphere of size parameter x,
% complex refractive index m=m'+im",
% where the averaging is done over teta and phi,
% with unit-amplitude incident field;
% Ref. Bohren and Huffman (1983) BEWI:TDD122,
% and my own notes on this topic;
% k0=2*pi./wavelength;
% x=k0.*radius;
% C. Mätzler, May 2002, revised July 2002

nmax=round(2+x+4*x^(1/3));
n=(1:nmax); nu =(n+0.5);
m1=real(m); m2=imag(m);
abcd=Mie_cd(m,x);
cn=abcd(1,:);dn=abcd(2,:);
cn2=abs(cn).^2;
dn2=abs(dn).^2;
dx=x/nj;
```

```

for j=1:nj
    xj=dx.*j;
    z=m.*xj;
    sqz= sqrt(0.5*pi./z);
    bz = besselj(nu, z).*sqz;      % This is jn(z)
    bz2=(abs(bz)).^2;
    b1z=[sin(z)/z, bz(1:nmax-1)]; % Note that sin(z)/z=j0(z)
    az = b1z-n.*bz./z;
    az2=(abs(az)).^2;
    z2=(abs(z)).^2;
    n1 =n.*(n+1);
    n2 =2.*(2.*n+1);
    mn=real(bz2.*n2);
    nn1=az2;
    nn2=bz2.*n1./z2;
    nn=n2.*real(nn1+nn2);
    en(j)=0.25*(cn2*mn'+dn2*nn');
end;

xxj=[0:dx:xj]; een=[en(1) en];

figure
plot(xxj,een);
axis([0 2.2 0 0.12])
legend('Radial Dependence of (abs(E))^2')
title(sprintf('Squared Amplitude E Field in a Sphere, m=%g+%gi, x=%g',m1,m2,x))
xlabel('r k')

result=een;

```

A.7 Mie_rain2.m

```

function result = Mie_rain2(fGHz, TK, R)

% Weighting functions of
% Rain extinction, scattering, absorption, backscattering and
% asymmetric scattering coefficient in 1/km/mm versus drop diameter
% for Marshall-Palmer (MP) size distribution (Sauvageot et al. 1992)
% using Mie Theory, and dielectric model of Liebe et al. 1991.
% Input:
% fGHz: frequency in GHz, TK: Temp. in K, R: rain rate in mm/h
% C. Mätzler, June 2002.

nsteps=501; dD=0.01*R^(1/6)/fGHz^0.05;
% nsteps: number of D values, dD: drop-size interval in mm
m=sqrt(epswater(fGHz, TK));
NO=0.08/10000;          % original MP NO in 1/mm^4
LA=4.1/R^0.21;
nx=(1:nsteps)';
D=(nx-1)*dD;
c0=299.793;
x=pi*D*fGHz/c0;
sigmag=pi*D.*D/4;
NMP=NO*exp(-LA*D);
sn=sigmatg.*NMP*1000000;

for j=1:nsteps
    a(j,:)=Mie(m,x(j));
end;

```

```

b(:,1)=D;
b(:,2)=a(:,1).*sn;
b(:,3)=a(:,2).*sn;
b(:,4)=a(:,3).*sn;
b(:,5)=a(:,4).*sn;
b(:,6)=a(:,2).*a(:,5).*sn;

% plotting the results
m1=real(m);m2=imag(m);
plot(b(:,1),b(:,2:6)) %plot in linear scale
%loglog(b(:,1),b(:,2:6)) %plot in logarithmic scale
legend('dGext/dD','dGsca/dD','dGabs/dD','dGb/dD','d(Gsca*<costeta>)/dD')
title(sprintf('Rain Effects at f=%gGHz, T=%gK, R=%gmm/h',fGHz,TK,R))
xlabel('D (mm)');ylabel('dGi/dD (1/km/mm)')

gext=sum(b(:,2))*dD;
gsca=sum(b(:,3))*dD;
gabs=sum(b(:,4))*dD;
gb=sum(b(:,5))*dD;
gteta=sum(b(:,6))*dD;

result=[gext gsca gabs gb gteta];

```

A.8 Mie_rain3.m

```

function result = Mie_rain3(fGHz, TK, nrain, pam)

% Extinction, scattering, absorption, backscattering and
% asymmetric scattering coefficients in 1/km versus rain rate,
% for Marshall-Palmer (MP) drop-size distribution
% see Sauvageot et al. (1992),
% using Mie Theory, and Liebe '91 dielectric model. Input:
% fGHz: frequency in GHz, TK: Temp. in K,
% nrain: Number of rain rates between Rmin=0.1 and Rmax=100mm/h
% pams: 0 if no costeta data to be given, 1 if they are needed
% C. Mätzler, June 2002.

Rmin=0.1;
nsteps=501;
m=sqrt(epswater(fGHz, TK));
NO=0.08/10000; % original MP NO in 1/mm^4
fact=1000^(1/(nrain-0.99999));
R=Rmin/fact;
nx=(1:nsteps)';
c0=299.793;

for jr=1:nrain
    R=R*fact;
    dD=0.01*R^(1/6)/fGHz^0.05;
    D=(nx-1)*dD;
    x=pi*D*fGHz/c0;
    sigmag=pi*D.*D/4;
    LA=4.1/R^0.21;
    NMP=NO*exp(-LA*D);
    sn=sigmag.*NMP*1000000;

    for j=1:nsteps
        a(j,:)=Mie(m,x(j));
    end
end

```

```

end;

b(:,1)=D;
b(:,2)=a(:,1).*sn;
b(:,3)=a(:,2).*sn;
b(:,4)=a(:,3).*sn;
b(:,5)=a(:,4).*sn;
b(:,6)=a(:,2).*a(:,5).*sn;

gext= sum(b(:,2))*dD;
gsca= sum(b(:,3))*dD;
gabs= sum(b(:,4))*dD;
gb= sum(b(:,5))*dD;
gteta=sum(b(:,6))*dD;

res(jr,:)= [R gext gsca gabs gb gteta];
end;

if pam==0
    output_parameters='Gext, Gsca, Gabs, Gb'
    loglog(res(:,1),res(:,2:5))
    legend('Gext','Gsca','Gabs','Gb')
    title(sprintf('Mie Propagation Coefficients Versus Rain Rate
                  at f=%gGHz, T=%gK',fGHz,TK))
    xlabel('R (mm/h)');
    ylabel('Gi (1/km)');
elseif pam==1
    output_parameters='Gext, Gsca, Gabs, Gb, Gsca*<costeta>'
    plot(res(:,1),res(:,2:6))
    legend('Gext','Gsca','Gabs','Gb','Gsca*<costeta>')
    title(sprintf('Mie Propagation Coefficients Versus Rain Rate
                  at f=%gGHz, T=%gK',fGHz,TK))
    xlabel('R (mm/h)');
    ylabel('Gi (1/km)');
end;

result=res;

```

A.9 Mie_rain4.m

```

function result = Mie_rain4(R, TK, fmin, fmax, nfreq)

% Extinction, scattering, absorption, backscattering and
% asymmetric scattering coefficients in 1/km for Marshall-Palmer
% (MP) drop-size distribution (Sauvageot et al. 1992),
% versus frequency, using Mie Theory and dielectric Model of
% Liebe et al. 1991, Input:
% R: rain rate in mm/h, TK: Temp. in K,
% fmin, fmax: minimum and maximum frequency in GHz
% nfreq: Number of frequencies
% C. Mätzler, June 2002.

nsteps=501;
NO=0.08/10000; % original MP NO in 1/mm^4
fact=(fmax/fmin)^(1/(nfreq-1));
fGHz=fmin/fact;
nx=(1:nsteps)';
c0=299.793;

```

```

for jr=1:nfreq
    fGHz=fGHz*fact;
    m=sqrt(epswater(fGHz, TK));
    dD=0.01*R^(1/6)/fGHz^0.05;
    D=(nx-1)*dD;
    x=pi*D*fGHz/c0;
    sigmag=pi*D.*D/4;
    LA=4.1/R^0.21;
    NMP=N0*exp(-LA*D); % MP distribution
    sn=sigmag.*NMP*1000000;

    for j=1:nsteps
        a(j,:)=Mie(m,x(j));
    end;

    b(:,1)=D;
    b(:,2)=a(:,1).*sn;
    b(:,3)=a(:,2).*sn;
    b(:,4)=a(:,3).*sn;
    b(:,5)=a(:,4).*sn;
    b(:,6)=a(:,2).*a(:,5).*sn;

    gext= sum(b(:,2))*dD;
    gsca= sum(b(:,3))*dD;
    gabs= sum(b(:,4))*dD;
    gb= sum(b(:,5))*dD;
    gteta=sum(b(:,6))*dD;

    res(jr,:)= [fGHz gext gsca gabs gb gteta];
end;

output_parameters='Gext, Gsca, Gabs, Gb, Gsca<costeta>'

plot(res(:,1),res(:,2:6))
legend('Gext','Gsca','Gabs','Gb','Gsca<costeta>')
title(sprintf('Mie Propagation Coefficients Versus Frequency at R=%gmm/h, T=%gK',R,TK))
xlabel('f (GHz)');
ylabel('Gi(1/km)');

result=res;

```

A.10 Mie_rain5.m

```

function result = Mie_rain5(fGHz, R, nrain)

% Extinction, scattering, absorption, backscattering and
% asymmetric scattering coefficients in 1/km versus Temperature,
% for Marshall-Palmer (MP) drop-size distribution
% see Sauvageot et al. (1992),
% using Mie Theory, Input:
% fGHz: frequency in GHz, TK: Temp. in K,
% nrain: Number of temperatures
% C. Mätzler, June 2002.

Tmin=270;
nsteps=501;
N0=0.08/10000; % original MP N0 in 1/mm^4
TK=Tmin;
nx=(1:nsteps)';

```

```

c0=299.793;

for jr=1:nrain
    TK=TK+1;
    m=sqrt(epswater(fGHz, TK));
    dD=0.01*R^(1/6)/fGHz^0.05;
    D=(nx-1)*dD;
    x=pi*D*fGHz/c0;
    sigmag=pi*D.*D/4;
    LA=4.1/R^0.21;
    NMP=N0*exp(-LA*D);
    sn=sigmatg.*NMP*1000000;

    for j=1:nsteps
        a(j,:)=Mie(m,x(j));
    end;

    b(:,1)=D;
    b(:,2)=a(:,1).*sn;
    b(:,3)=a(:,2).*sn;
    b(:,4)=a(:,3).*sn;
    b(:,5)=a(:,4).*sn;
    b(:,6)=a(:,2).*a(:,5).*sn;

    gext=sum(b(:,2))*dD;
    gsca=sum(b(:,3))*dD;
    gabs=sum(b(:,4))*dD;
    gb=sum(b(:,5))*dD;
    gteta=sum(b(:,6))*dD;

    res(jr,:)=[TK gext gsca gabs gb gteta];
end;

output_parameters='Gext, Gsca, Gabs, Gb, Gsca*<costeta>'

plot(res(:,1),res(:,2:6))
legend('Gext','Gsca','Gabs','Gb','Gsca*<costeta>')
title(sprintf(' Propagation Coef. vs. Temperature at f=%gGHz, R=%gmm/h',fGHz,R))
xlabel('T (K)');
ylabel('Gi(1/km)');

result=res;

```

Bibliografia

- [1] Liebe H.J., G.A. Hufford and T. Manabe, “A model for the complex permittivity of water at frequencies below 1 THz”, *Internat. J. Infrared and mm Waves*, Vol. 12, pp. 659-675, 1991.
- [2] Frank Silvio Marzano, Sapienza Università di Roma, a.a 2007-2008, Ed. 3.0, “Complementi di Antenne e Radar Meteorologia”.
- [3] MATLAB *user's guide*, Math Works.
- [4] Christian Mätzler, Institute of Applied Physics, University of Bern, June 2002, “Effects of Rain on Propagation, Absorption and Scattering of Microwave Radiation Based on the Dielectric Model of Liebe”.