



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Propagazione troposferica in presenza di idrometeore

Introduzione

- La propagazione di onde radio è fortemente influenzata dalla presenza di **idrometeore** a partire da **frequenze superiori a circa 10 GHz** (microonde).
- Col nome di idrometeore si intendono piccoli elementi costituiti da *acqua allo stato liquido o solido*, precipitanti o in sospensione, che possono generarsi nell'atmosfera in formazioni di elevato numero. Le *gocce di pioggia* sono costituite da acqua liquida e hanno dimensioni approssimativamente comprese tra 0.1 mm e 4 mm. La *grandine* è formata essenzialmente da ghiaccio, eventualmente rivestito da una pellicola di liquido. La *neve* è costituita da aria, ghiaccio ed acqua liquida in concentrazione molto variabile. Le *nubi* e le *nebbie* sono costituite da gocce d'acqua liquida o cristalli di ghiaccio di dimensioni minori di 0.1 mm. I cristalli di ghiaccio possono essere presenti nelle nubi ad una quota superiore a quella dell'isoterma 0°.
- La presenza di idrometeore produce **attenuazione** delle onde radio, dovuta ad **assorbimento e diffusione** ed un fenomeno di **depolarizzazione**.
- Nel seguito si considereranno in particolare gli effetti della pioggia

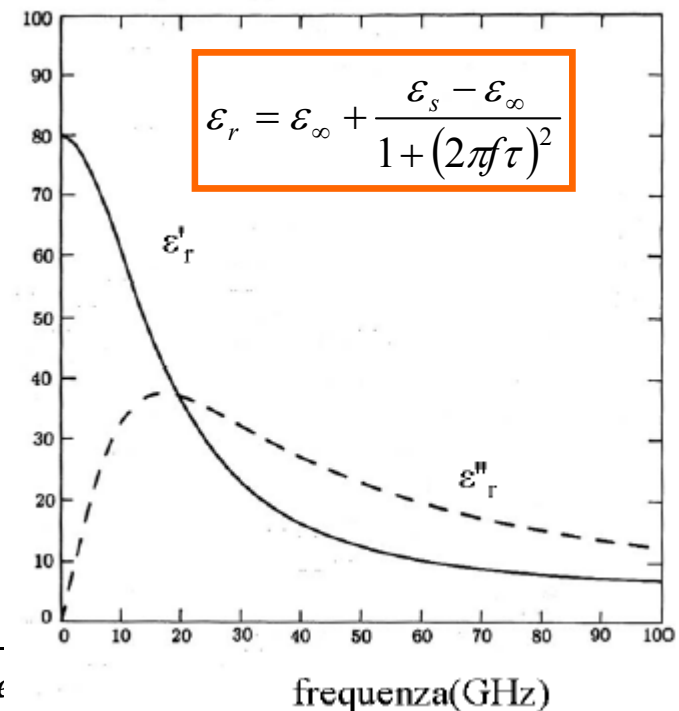
Effetti propagativi delle idrometeore

Idrometeora	Forma	cost. dielettrica	Dimensioni max. (indicative)	Effetti per $10 < f_{\text{GHz}} < 40$	probabilità di occorrenza relativa
Pioggia	Quasi sferica	Alta	4 mm	Forti	Alta
Nube	Quasi sferica	Alta	0.1 mm	Molto deboli	Molto alta
Neve secca	Irregolare	Bassa	Pochi cm	Deboli	Bassa
Neve bagnata	Irregolare	Alta	Pochi cm	Forti	Bassa
Cristalli di ghiaccio	Cilindrica	Media	0.1×10 mm	Medi	Media
grandine	Irregolare	Media	Qualche cm	Forti	Bassa

Costante dielettrica dell'acqua liquida (modello Debye)

- Le molecole polari dell'acqua si orientano come il campo in un certo tempo (di rilassamento τ).
- Quando campo oscilla lentamente (basse frequenze), i dipoli lo seguono, la polarizzazione è intensa ed ϵ_r' è alta (70-80) e pari a quella del caso statico. Oltre una certa frequenza (~ 10 GHz, dipendente da temperatura), le oscillazioni dei dipoli divengono sempre meno ampie a causa della loro *inerzia* e delle *collisioni*. Ne consegue che ϵ_r' diminuisce considerevolmente (rilassamento dielettrico).
- La parte immaginaria presenta un massimo intorno ai 15 GHz. Sali disciolti determinano perdite per conduzione. Ambedue le curve in figura sono valide per l'acqua pura ad una temperatura di 20° .

- Per la *neve*, la costante dielettrica è influenzata dalla frazione di acqua liquida, ma si hanno comunque valori più bassi rispetto a quelli di figura. La ϵ_r' non supera valori di poche unità (2-3) mentre la ϵ_r'' è dell'ordine di pochi decimi.
- Per il *ghiaccio*, si hanno valori bassi e non dipendenti dalla frequenza: $\epsilon_r' = 3.15$, $\epsilon_r'' \approx 0$.



Costante dielettrica dell'acqua liquida (modello Debye)

3.2.2 Mezzi polari

In alcuni casi, quale, importantissimo, quello dell'acqua liquida (Fig. 3.7), le cariche che costituiscono il materiale sono organizzate in dipoli elettrici permanenti.

In generale, in assenza di campo, i dipoli sono orientati casualmente; l'applicazione di un campo elettrico tende a orientare i dipoli nel suo verso, producendo così un momento di dipolo indotto. Questa polarizzazione per orientamento si sovrappone a quella per deformazione vista nel paragrafo 3.2.1 e può raggiungere valori elevati.

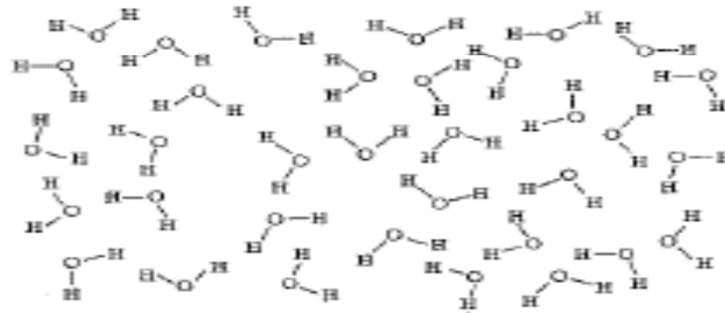


Figura 3.7: L'acqua liquida tende a organizzarsi in domini microscopici dotati di momento di dipolo.

Tuttavia, dato che la rotazione dei dipoli indotta dal campo è contrastata dalle loro mutue interazioni, l'intensità di queste ultime ne limita il contributo a frequenze relativamente basse.

Per calcolare la costante dielettrica di un materiale polare, leghiamo il vettore di polarizzazione al campo elettrico nel dominio della frequenza, secondo la (3.9). Facciamo riferimento al momento di dipolo \mathbf{P} per unità di volume, risultante dei momenti di dipolo microscopici nel materiale. Per quanto detto, il vettore di polarizzazione è dato dalla somma di un componente \mathbf{P}_d che tiene conto della deformazione del sistema di cariche per l'azione del campo elettrico applicato e di uno \mathbf{P}_o che tiene conto dell'orientamento dei dipoli:

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_d(t) + \mathbf{P}_o(t)$$

Costante dielettrica dell'acqua liquida (modello Debye)

Alle frequenze alle quali risulta apprezzabile la rotazione dei dipoli, le forze d'inerzia risultano trascurabili rispetto alle altre, per cui, proiettati sulla normale al piano di \mathbf{E} e \mathbf{P} i momenti delle forze agenti collettivamente sul dipolo, il loro equilibrio dà

$$M(\mathbf{E}) = M_s + M_c$$

dove

- $M(\mathbf{E}) = a E(t)$ è il momento della forza esercitata dal campo elettrico, assunto lineare in E (ciò comporta che le frequenze considerate siano anche sufficientemente elevate perché i dipoli del materiale, frenati dalla "viscosità", ruotino di angoli piccoli);
- $M_s = s \frac{dP_o}{dt}$ è il momento della forza di smorzamento ("viscosità") che si oppone all'orientazione dei dipoli, sottraendo loro energia durante la rotazione;
- $M_c = c P_o$ è il momento della forza di collisione, che, per effetto dell'agitazione termica, tende a disordinare l'orientazione dei dipoli,

sicché P_o è soluzione della

$$s \frac{dP_o}{dt} + c P_o = a E(t) \quad (3.14)$$

che l'uso del formalismo complesso trasforma nella

$$j\omega s \hat{P}_o + c \hat{P}_o = a \hat{E}$$

Il legame tra \hat{P}_o ed \hat{E} è

$$\hat{P}_o = \frac{a \hat{E}}{c + j\omega s}$$

Costante dielettrica dell'acqua liquida (modello Debye)

e quindi la costante dielettrica relativa complessiva (somma dei contributi di deformazione e orientamento) del materiale vale

$$\epsilon'(\omega) + j\epsilon''(\omega) = \epsilon'_d(\omega) + j\epsilon''_d(\omega) + \frac{\frac{\alpha}{c}}{\epsilon_0 \left(1 + j\omega \frac{s}{c}\right)} = \epsilon'_d(\omega) + j\epsilon''_d(\omega) + \frac{A}{1 + j\omega\tau} \quad (3.15)$$

con $A = \frac{\alpha}{\epsilon_0 c}$.

Nella (3.15) $\tau = \frac{s}{c}$ è il tempo di rilassamento del materiale: infatti, la (3.14) indica che, se si annulla il campo elettrico, il momento di dipolo per orientazione decade secondo la

$$P_o(t) = P_o(0)e^{-t/\tau}$$

La costante A nella (3.15) viene usualmente espressa tramite il valore statico della costante dielettrica relativa: $A = \epsilon'(0) - \epsilon'_d(0) = \epsilon^0$.

In definitiva, la costante dielettrica relativa di un materiale polare è

$$\begin{aligned} \epsilon' + j\epsilon'' &= \epsilon'_d + j\epsilon''_d + \frac{\epsilon^0}{1 + j\omega\tau} = \\ \epsilon'_d + j\epsilon''_d + \frac{\epsilon^0}{1 + \omega^2\tau^2} - j \frac{\epsilon^0\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Anche in questo caso la parte immaginaria della costante dielettrica è sempre negativa.

Nella pratica, per i materiali polari condensati piú significativi, quale l'acqua liquida, nell'intervallo di frequenze nel quale il contributo dell'orientamento dei dipoli è apprezzabile, la costante dielettrica dovuta alla deformazione si può spesso considerare costante (approssimazione di "basse" frequenze), sicché l'andamento della costante dielettrica con la frequenza è determinato essenzialmente dal termine di orientamento. Gli andamenti (3.16) di ϵ' e $-\epsilon''$ con la frequenza sono schematizzati in Fig. 3.8. Il modulo della parte immaginaria presenta un massimo per $\omega = \frac{1}{\tau}$, pulsazione intorno alla quale la parte reale decresce rapidamente.

Costante dielettrica dell'acqua liquida (modello Debye)

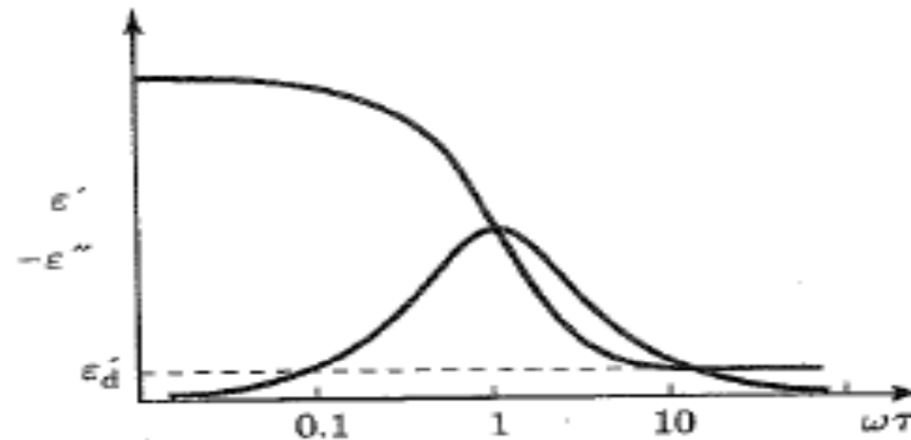


Figura 3.8: Parte reale e parte immaginaria (cambiata di segno) della costante dielettrica relativa di un mezzo polare in funzione di $\omega\tau$. Il contributo della deformazione alla costante dielettrica è assunto costante ("basse" frequenze).

Come nel caso dei modi di deformazione dei materiali non polari, una sostanza può presentare più di un tempo di rilassamento; inoltre il comportamento dielettrico di materiali compositi deriva dalla sovrapposizione degli effetti dei diversi costituenti.

Come detto, il materiale polare più comune e più importante è l'acqua liquida, che possiede più di un tempo di rilassamento, funzione della temperatura. Nel campo delle radiofrequenze, fino alle onde millimetriche, la costante dielettrica è determinata da un rilassamento principale intorno a 20 GHz e da uno secondario intorno ai 600 GHz (modello a doppio rilassamento di Debye). La Fig. 3.9 mostra gli andamenti di ϵ' e di $-\epsilon''$ dell'acqua liquida tra 0 e 100 GHz.



Diffusione e.m. da idrometeore

Diffusione ed assorbimento

- Per lo studio della propagazione in presenza di idrometeore si possono seguire due punti di vista. Uno è il *trasferimento radiativo* e l'altro, usato per determinare gli *effetti della pioggia sui radiocollegamenti*, consiste nel determinare l'*attenuazione* dovuta ad **assorbimento e scattering** causati da una distribuzione di idrometeore.
- Per introdurre il fenomeno della diffusione, si può considerare un corpo, con costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r''$, immerso nel vuoto in presenza di un campo incidente \mathbf{E}_i . Tale campo eccita delle correnti nell'ostacolo che sono esse stesse in grado di irradiare (**fenomeno di diffusione o scattering**).
- L'energia diffusa in direzioni diverse da quella dell'antenna ricevente rappresenta una perdita. Le correnti indotte nell'ostacolo determinano anche una dissipazione di energia (cfr. teorema di Poynting) dando luogo ad un **fenomeno di assorbimento**. La perdita per diffusione è generalmente inferiore a quella per assorbimento.
- La trattazione del problema della propagazione in presenza di idrometeore si basa sul *calcolo delle sezioni trasverse di assorbimento e scattering di una singola goccia d'acqua sferica*.

Diffusione da una piccola sfera dielettrica

Consideriamo un'onda piana uniforme, il cui campo elettrico è \mathbf{E}_i , incidente su una particella sferica di materiale dielettrico dissipativo (acqua nel caso d'interesse) di raggio $a \ll \lambda$. Si può dimostrare che, nella sferetta, il campo elettrico \mathbf{E} e l'intensità di polarizzazione \mathbf{P} (che rappresenta il momento di dipolo per unità di volume, misurato in $\text{C}\cdot\text{m}/\text{m}^3$) sono costanti e pari a quelli nel caso elettrostatico:

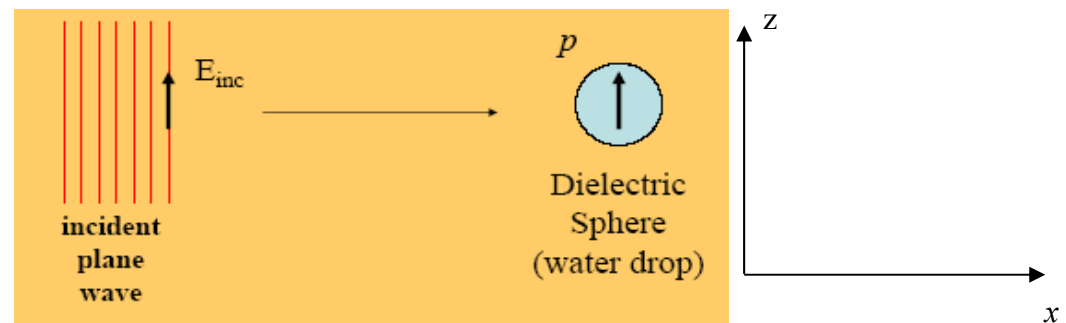
$$\mathbf{E} = \frac{3}{\epsilon_r + 2} \mathbf{E}_i \quad \text{dove} \quad \mathbf{E}_i = \mathbf{z}_0 E_0 e^{-jk_0 x} \quad \epsilon_r: \text{cost. dielettrica relativa}$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{z}_0 \frac{3(\epsilon_r - 1)}{\epsilon_r + 2} \epsilon_0 E_0 \quad (\text{momento di dipolo per unità di volume } [\text{C}\cdot\text{m}^{-2}])$$

Il momento di dipolo totale della sferetta (\mathbf{P}_t) si ottiene moltiplicando

\mathbf{P} per il volume $\left(\frac{4}{3} \pi a^3\right)$:

$$\mathbf{P}_t = 4\pi a^3 \frac{(\epsilon_r - 1)}{\epsilon_r + 2} \epsilon_0 E_0 \mathbf{z}_0 \quad [\text{C}\cdot\text{m}]$$



Potenza diffusa da una piccola sfera dielettrica

Nel caso $a \ll \lambda$ il campo a grande distanza diffuso dalla particella d'acqua è pari a quello irradiato da un dipolo elementare lungo dl il cui momento è:

$$P_t \mathbf{z}_0 = q \, dl \mathbf{z}_0 \Rightarrow dP_t \mathbf{z}_0 / dt = Idl \mathbf{z}_0$$

Passiamo al dominio della frequenza e poniamo $\mathbf{P}_t = P_t \mathbf{z}_0$. Si ha:

$Idl = j\omega P_t$. Il campo diffuso, a grande distanza, è allora dato da:

$$\mathbf{E}_s = j\eta_0 \frac{Idl}{2\lambda r} \sin\theta e^{-jk_0 r} \boldsymbol{\theta}_0 = -\frac{\omega\eta_0 P_t}{2\lambda r} \sin\theta e^{-jk_0 r} \boldsymbol{\theta}_0 = -\frac{\omega\eta_0 P_t k_0}{4\pi r} \sin\theta e^{-jk_0 r} \boldsymbol{\theta}_0$$

La potenza diffusa dalla sferetta dielettrica é:

$$W_s = \int_S P_s dS = (1/2\eta_0) \int_{4\pi} |\mathbf{E}_s|^2 r^2 d\Omega \Rightarrow$$

$$W_s = \frac{\omega^2 \eta_0 k_0^2}{12\pi} |P_t|^2 = \frac{\eta_0 k_0^4}{\mu_0 \varepsilon_0 12\pi} |P_t|^2 = \frac{k_0^4}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} 12\pi} |P_t|^2$$

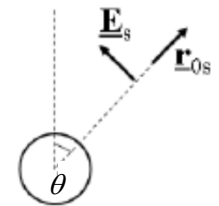
$$(d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi)$$

$$\left(\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^3\theta d\theta d\varphi = (8/3)\pi \right)$$

$$k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = 2\pi / \lambda$$

Sostituendo il valore di P_t trovato precedentemente, si ottiene:

$$W_s = \frac{4\pi a^2}{3\eta_0} (k_0 a)^4 |E_0|^2 \left| \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \right|^2$$



Diffusione (scattering) di Rayleigh

Detta P_i la densità di potenza incidente sulla particella, si definisce la sezione trasversa di scattering $[\text{m}^2]$:

$$\sigma_s = \frac{W_s}{P_i} = \frac{W_s}{(1/2\eta_0) |E_0|^2} = \frac{8\pi a^2}{3} (k_0 a)^4 \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2$$

La sezione trasversa di scattering di una particella piccola rispetto a λ è **proporzionale a λ^{-4}** ($k_0 = 2\pi/\lambda$). Lo scattering avente tale proprietà è denominato **scattering di Rayleigh**.

Si definiscono inoltre:

– Sezione trasversa di scattering bistatica $[\text{m}^2]$ (radar cross section bistatica):

$$\sigma = 4\pi r^2 \frac{(1/2\eta_0) |E_s(\theta, \varphi)|^2}{(1/2\eta_0) |E_0(\theta_i, \varphi_i)|^2} = \frac{4\pi r^2 P_s(\theta, \varphi)}{P_i(\theta_i, \varphi_i)} = 4\pi a^2 (\sin^2 \theta) (k_0 a)^4 \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2$$

(nel nostro caso $\theta_i = \pi/2$)

– Sezione trasversa di backscattering $[\text{m}^2]$:

$$\sigma_b = 4\pi r^2 \frac{(1/2\eta_0) |E_s(\theta_i, \pi + \varphi_i)|^2}{(1/2\eta_0) |E_0(\theta_i, \varphi_i)|^2} = 4\pi a^2 (k_0 a)^4 \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2 = \frac{3}{2} \sigma_s$$

Sezione trasversa di assorbimento

La sezione trasversa di assorbimento può determinarsi valutando inizialmente la potenza W_a assorbita dalla sfera (cfr. teorema di Poynting). La densità di corrente di polarizzazione nella sfera è data da: $\mathbf{J}_p = j\omega\mathbf{P}$ [A·m⁻²]. Inoltre, si ha: $\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E} = (\varepsilon_r - 1) \varepsilon_0 \mathbf{E}$ e $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$

Tenendo presente quanto sopra, si può calcolare la potenza media assorbita dalla sfera:

$$W_a = (1/2) \operatorname{Re} \left[\int_0^a \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathbf{E} \cdot \mathbf{J}_p^* r^2 \sin \theta d\theta d\phi dr \right] = (2/3)\pi a^3 \operatorname{Re} [\mathbf{E} \cdot \mathbf{J}_p^*] =$$

$$= (2/3)\pi a^3 \operatorname{Re} \left\{ \mathbf{E} \cdot [j\omega(\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 \mathbf{E}]^* \right\}$$

Ponendo $\varepsilon_r = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r''$, dopo alcuni passaggi, si ottiene:

$$W_a = \frac{6\pi a^3}{\eta_0} k_0 \frac{\varepsilon_r'' |E_0|^2}{|\varepsilon_r + 2|^2}$$

La sezione trasversa di assorbimento [m²] é:

$$\sigma_a = \frac{W_a}{P_i} = 12\pi a^2 (k_0 a) \frac{\varepsilon_r''}{|\varepsilon_r + 2|^2}$$

Come esempio numerico, il rapporto tra la sezione di assorbimento e la sezione di scattering per $\lambda = 3$ cm, $a = 0.1$ cm, $\varepsilon_r' = 65.3$, $\varepsilon_r'' = 31.5$ è circa pari a 3. Più la particella è piccola e più tale rapporto cresce.

$$\frac{1}{2} \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{s} + \frac{1}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{J}^* dV + \frac{j\omega}{2} \int_V (\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}^* - \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}^*) dV =$$

$$= -\frac{1}{2} \int_V (\mathbf{J}_i^* \cdot \mathbf{E} + \mathbf{J}_{mi} \cdot \mathbf{H}^*) dV$$

Sezione di estinzione ed albedo

- La **sezione di trasversa estinzione** σ_e (sezione totale) è la somma delle sezioni trasverse di scattering e di assorbimento:

$$\sigma_e = \sigma_s + \sigma_a$$

- Il rapporto σ_s / σ_e è l'**albedo** (w) della particella.
- La potenza estinta dalla particella è data dal prodotto della densità di potenza incidente per la sezione di estinzione:

$$W_e = \sigma_e P_i$$

- Dato che la densità di potenza incidente dipende in generale dalla direzione di incidenza (θ_i, φ_i) , si ha:

Sezione trasversa di diffusione [m²]:	$\sigma_s(\theta_i, \varphi_i) = \frac{W_s}{P_i(\theta_i, \varphi_i)}$
Sezione trasversa di assorbimento [m²]:	$\sigma_a(\theta_i, \varphi_i) = \frac{W_a}{P_i(\theta_i, \varphi_i)}$
Sezione trasversa di estinzione [m²]:	$\sigma_e(\theta_i, \varphi_i) = \sigma_a + \sigma_s = \frac{W_e}{P_i(\theta_i, \varphi_i)}$
Albedo [#]:	$w = \frac{\sigma_s}{\sigma_e}$

Sfere di dimensioni qualsiasi: teoria di Mie

- La soluzione esatta al problema della valutazione del campo diffuso da sfere dielettriche di dimensioni qualsiasi (rispetto a λ) è stata ottenuta da Mie nel 1908.
- Il metodo consiste nell'esprimere i campi incidente, diffuso ed interno alla sfera secondo sviluppi in armoniche sferiche ed imporre la continuità dei campi tangenziali sulla superficie della sfera dielettrica. Si ottengono i seguenti risultati:

Sezione di scattering :

$$\sigma_s = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) (|p_m|^2 + |q_m|^2)$$

p_m e q_m sono i coefficienti di Mie: funzioni dell'indice di rifrazione del mezzo costituente la particella (acqua, ghiaccio, etc.), e del rapporto $(\pi a / \lambda)$

Sezione di estinzione:

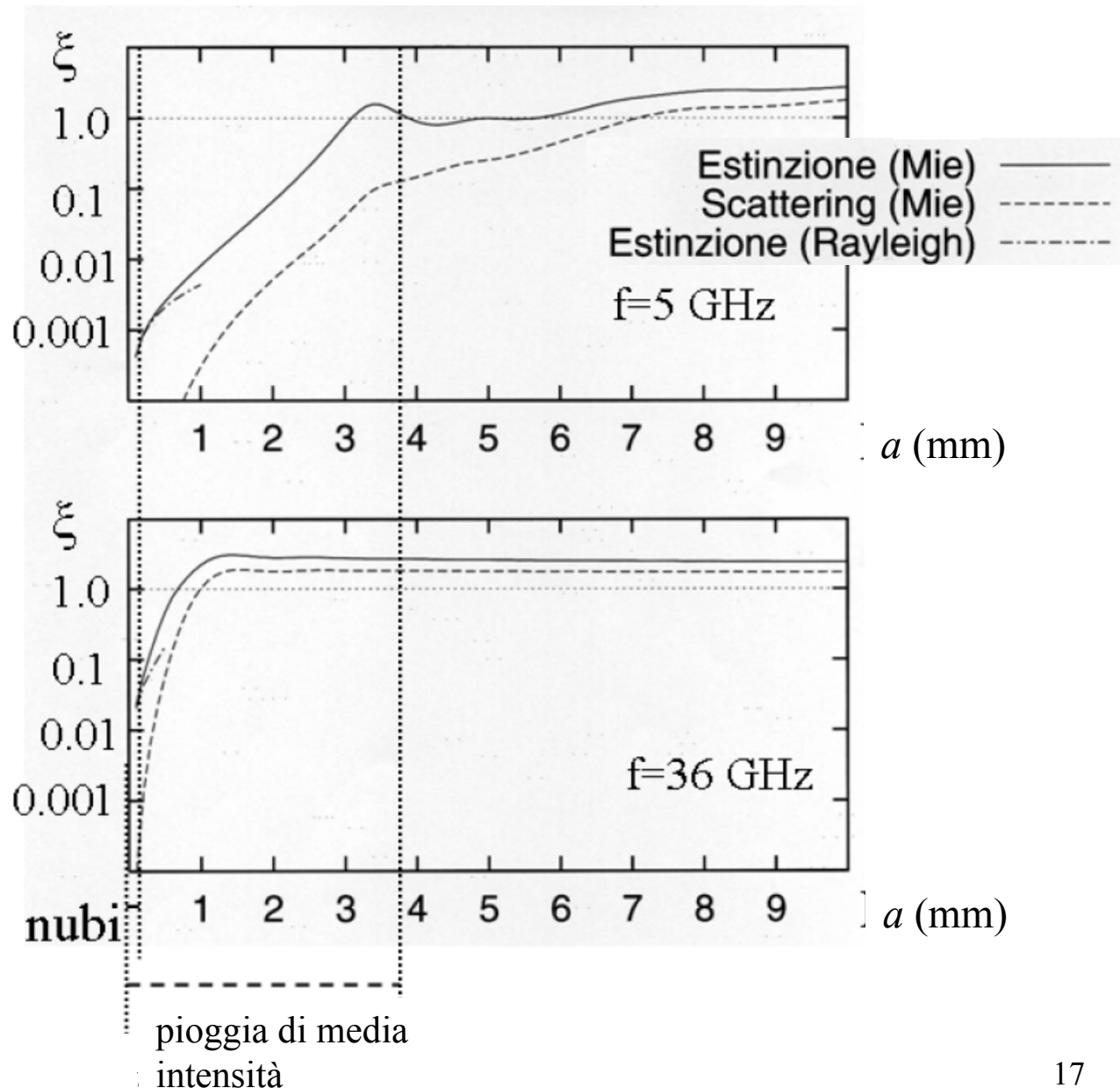
$$\sigma_e = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) \{ \text{Re}[p_m + q_m] \}$$

Sezione di estinzione in funzione del diametro per diverse frequenze (1/2)

La Figura mostra alcuni esempi di andamenti di sezioni trasverse, per il caso di sfere contenenti acqua liquida. Sono riportati, *in funzione del raggio della sfera*, gli andamenti delle cosiddette **efficienze di estinzione e di scattering** (ξ_e e ξ_s), date da:

$$\xi_e = \sigma_e / (\pi a^2)$$

$$\xi_s = \sigma_s / (\pi a^2)$$



Sezione di estinzione in funzione del diametro per diverse frequenze (2/2)

- A 5 GHz, la ξ_e cresce fino a un raggio di circa 3 mm, poi si ha un massimo e successivamente un andamento oscillatorio. L'approssimazione di Rayleigh dà valori coincidenti con la teoria di Mie fino a raggi di pochi decimi di mm. La ξ_s è molto bassa per raggi fino a ~ 1 mm, poi cresce con un andamento simile a quello della ξ_e , ma diviene paragonabile con la ξ_e stessa soltanto per raggi maggiori di ~ 5 mm.
- A 36 GHz la ξ_e cresce per raggi fino a circa 1.5 mm, poi raggiunge un massimo e si stabilizza. L'approssimazione di Rayleigh dà valori coincidenti con la teoria di Mie fino a raggi di circa 0.1 mm. La ξ_s è molto bassa per raggi fino a ~ 0.1 mm, poi cresce fortemente all'aumentare del raggio fino a raggiungere valori dell'ordine di $\xi_e/2$.
- Per sfere piccole (e/o basse frequenze) l'andamento della ξ_e è crescente, l'effetto di scattering è piccolo rispetto a quello di estinzione ed è applicabile l'approssimazione di Rayleigh. Per sfere grandi (e/o alte frequenze) l'effetto dello scattering diviene apprezzabile e l'approssimazione di Rayleigh non è più applicabile.
- Per le nubi, fino a 36 GHz lo scattering è trascurabile ed è applicabile l'approssimazione di Rayleigh. Per la pioggia, bisogna ricorrere alla teoria di Mie, con valori di scattering non trascurabili.

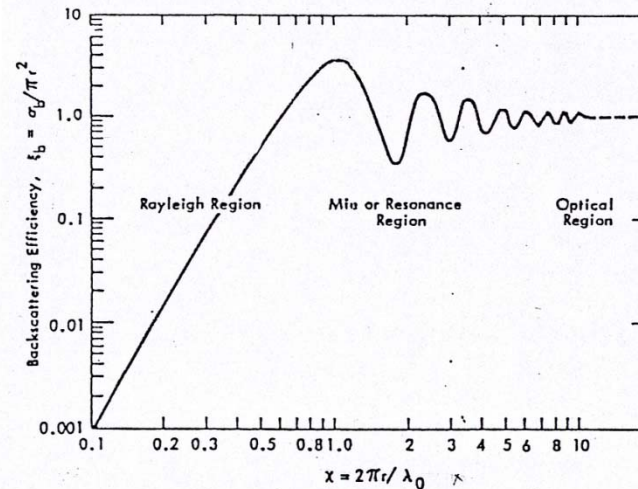
Diffusione di particelle in atmosfera

Efficienza di retrodiffusione:

$$\xi_b = \sigma_b / \pi a^2 \rightarrow k a = (2\pi/\lambda) a$$

Tipicamente si divide lo scattering in tre regimi:

Rayleigh, Mie e ottico, in funzione del rapporto $2\pi a/\lambda$



Diffusione di Rayleigh ($a \ll \lambda$). Per collegamenti radio alle microonde, è causata da nubi e nebbie. In regime Rayleigh: $\sigma_b \approx a^6 / \lambda^4$

Per VIS & IR è dovuta alle molecole. Nel VIS lo scattering di Rayleigh è il fenomeno che giustifica il colore azzurro del cielo. Per MW pioggia è in regime Rayleigh per $f < 3$ GHz.

Diffusione di Mie ($a \approx \lambda$). Per collegamenti radio a microonde, è causata da gocce di pioggia e da idrometeore ghiacciate (grandine, neve).

Per VIS & NIR da aerosols e polveri. Per MW pioggia per $f > 5$ GHz.

Diffusione ottica non selettiva (indipendente dalla frequenza) ($a \gg \lambda$). Non si considera per collegamenti radio. È un fenomeno caratterizzato da una forte componente di diffusione in avanti (forward scattering). In regime ottico: $\sigma_b = \pi a^2$

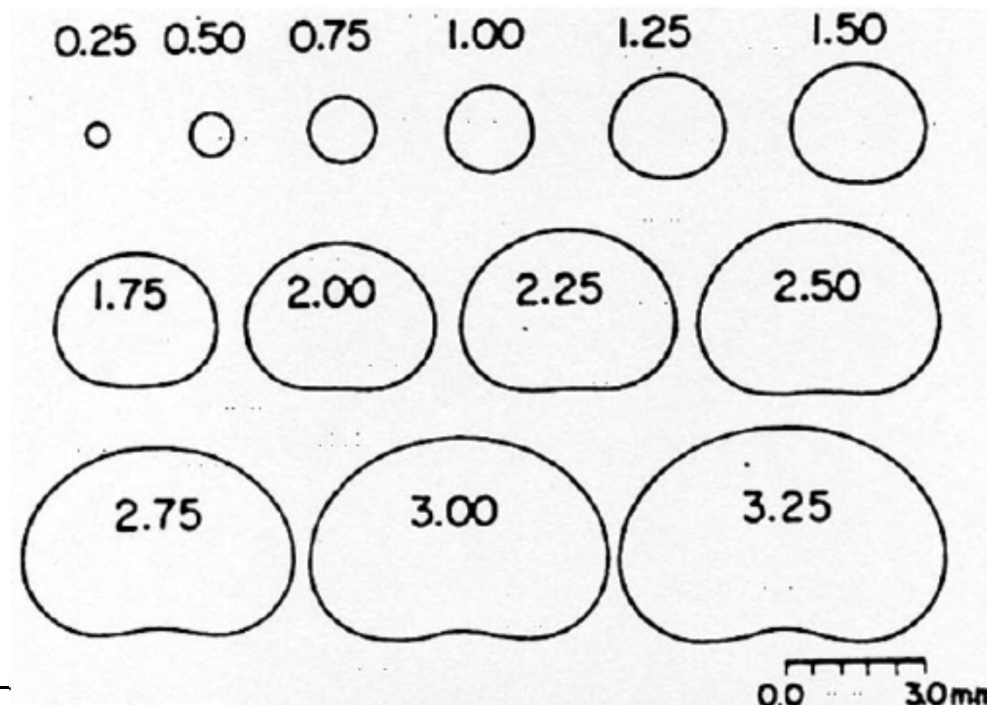
Per VIS è causata dalle nuvole che appaiono bianche perché diffondono in eguale misura le varie frequenze dello spettro solare. Per IR pioggia causa diffusione ottica.



Attenuazione da distribuzione di idrometeore

Forma delle gocce

- Nella realtà, le gocce non sono sfere, ma ellissoidi oblati, con un rapporto tra asse minore e asse maggiore che tende ad 1 per le gocce più piccole, ma scende fino a 0.6 per le gocce più grandi. La Figura mostra uno schema grafico di un tipico insieme di gocce.
- Per le gocce non sferiche, si definisce il raggio equivolumetrico, inteso come il raggio di una sfera avente lo stesso volume della goccia ellissoidale. Anche per i raggi equivolumetrici rimane applicabile la distribuzione di Marshall-Palmer.



Distribuzione dei raggi per il caso della pioggia

- Per il caso di presenza di precipitazioni, è stata proposta (*Marshall e Palmer, 1948*) la seguente distribuzione empirica per $N(a)$ (# particelle per unità di volume e diametro: $\text{m}^{-3} \text{mm}^{-1}$), in funzione dell'intensità di precipitazione R (mm/h):

$$N(a) = N_0 \exp(-\Lambda a)$$

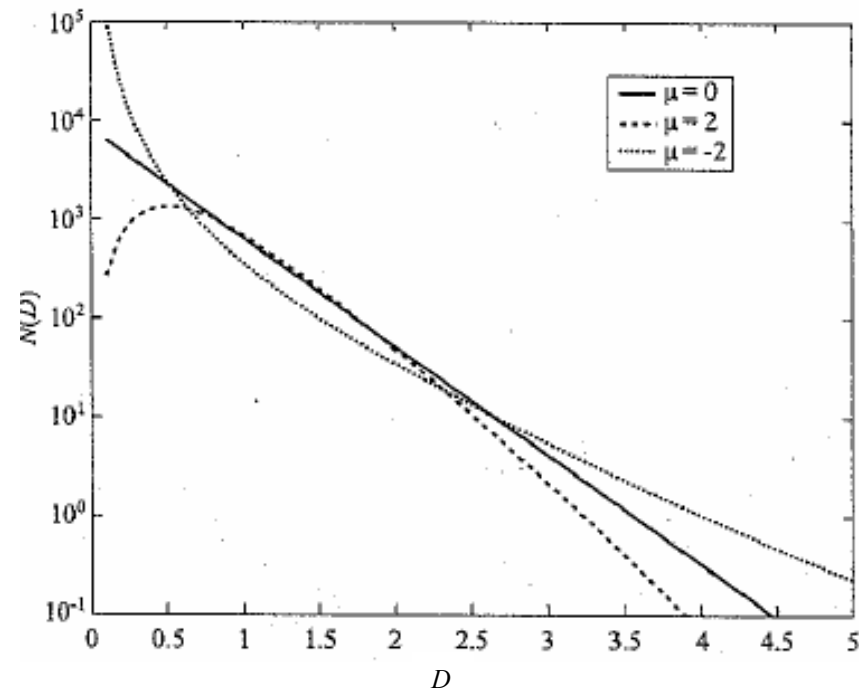
$$N_0 = 1.6 \cdot 10^4 \text{ mm}^{-1}/\text{m}^3; \quad \Lambda = 8.2 R^{-0.21} \text{ mm}^{-1}$$

(R in mm/h, a in mm)

Più è alto il tasso di precipitazione e più elevata è la concentrazione di gocce di pioggia di grande raggio.

- Più recentemente è stata proposta una distribuzione di tipo *gamma*:

$$N(a) = N_0 a^\mu \exp(-\Lambda a)$$



Estinzione causata da una dispersione di particelle

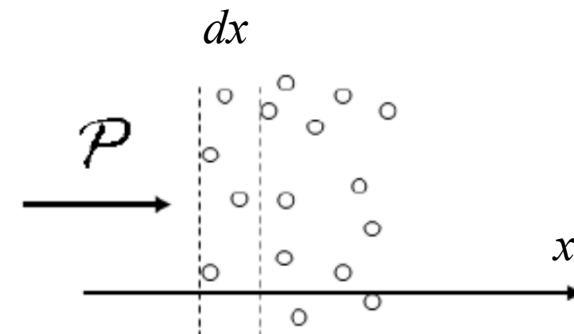
- Quando un'onda e.m. si propaga in presenza di idrometeore non si ha a che fare con una singola particella ma con una **dispersione di particelle di forma e dimensioni diverse**. L'effetto principale causato dalla forma non sferica di alcune particelle (p.es. la goccia di pioggia si deforma durante il moto di caduta) è una depolarizzazione (passaggio di una porzione dell'energia e.m. associata ad un'onda, all'onda a polarizzazione ortogonale).
- Si consideri che σ_e è funzione del raggio a . Introduciamo la **distribuzione dei raggi $N(a)da$** definita come il numero di particelle per unità di volume con raggio compreso tra a ed $a+da$. Data un'onda che si propaga lungo la direzione x con densità di potenza $P=(1/2\eta)|\mathbf{E}|^2$ e che incontra un volume di sezione unitaria e spessore dx (contenente una dispersione rarefatta di particelle tale per cui il volume frazionale occupato è $< 5\%$ ed è possibile la somma delle potenze estinte da ciascuna particella), per la densità di potenza estinta P vale (dalla teoria del trasferimento radiativo):

$$dP / dx = -k_e P$$

$$dP = -P dx \int_{D_1}^{D_2} \sigma_e(a) N(a) da$$

$$k_e = W_e / P_i \Delta V \text{ coeff. di estinzione [m}^{-1}\text{]}$$

$$N(a) [\text{m}^{-4}]; \sigma_e [\text{m}^2]$$



Attenuazione specifica

- Consideriamo l'*attenuazione specifica* per unità di lunghezza lungo il percorso di propagazione A [Np m^{-1}], ovvero la sezione di estinzione media per unità di volume, ovvero il *coefficiente di estinzione* (cfr. trasferimento radiativo):

$$A \equiv k_e = \int_0^{\infty} \sigma_e(a) N(a) da \Rightarrow dP(x) = -P(x)A(x)dx \Rightarrow$$
$$P(x) = P(0)e^{-\int_0^x A(x)dx}$$

- La distribuzione dei raggi può variare lungo il percorso a causa della non uniformità della densità delle idrometeore (contenuto equivalente d'acqua [g m^{-3}]). Ciò spiega la dipendenza di A da x e quindi la presenza dell'integrale nell'espressione di $P(x)$.
- Per quanto visto finora è necessaria la conoscenza della sezione trasversa di estinzione di ciascuna particella, e della distribuzione $N(a)$ in funzione della densità delle idrometeore. Ovviamente la densità di nube non è facile da determinare, mentre il tasso di precipitazione (rain rate R [mm/h]) può misurarsi (pluviometri, radar meteo).

Attenuazione da pioggia

- Dal punto di vista ingegneristico ciò di cui si ha bisogno è una formula semplice che leghi l'attenuazione specifica $A_{dB/km}$ (dB/km) ad intensità di precipitazione e frequenza.
- Definito il legame tra $A_{dB/km}$ (dB/km) e A (1/km):

$$A_{dB/km} = 10 \log_{10} e^A = (10 \log_{10} e)A = 4.343A = 4.343 \left[\int_0^{\infty} \sigma_e(a)N(a)da \right]$$

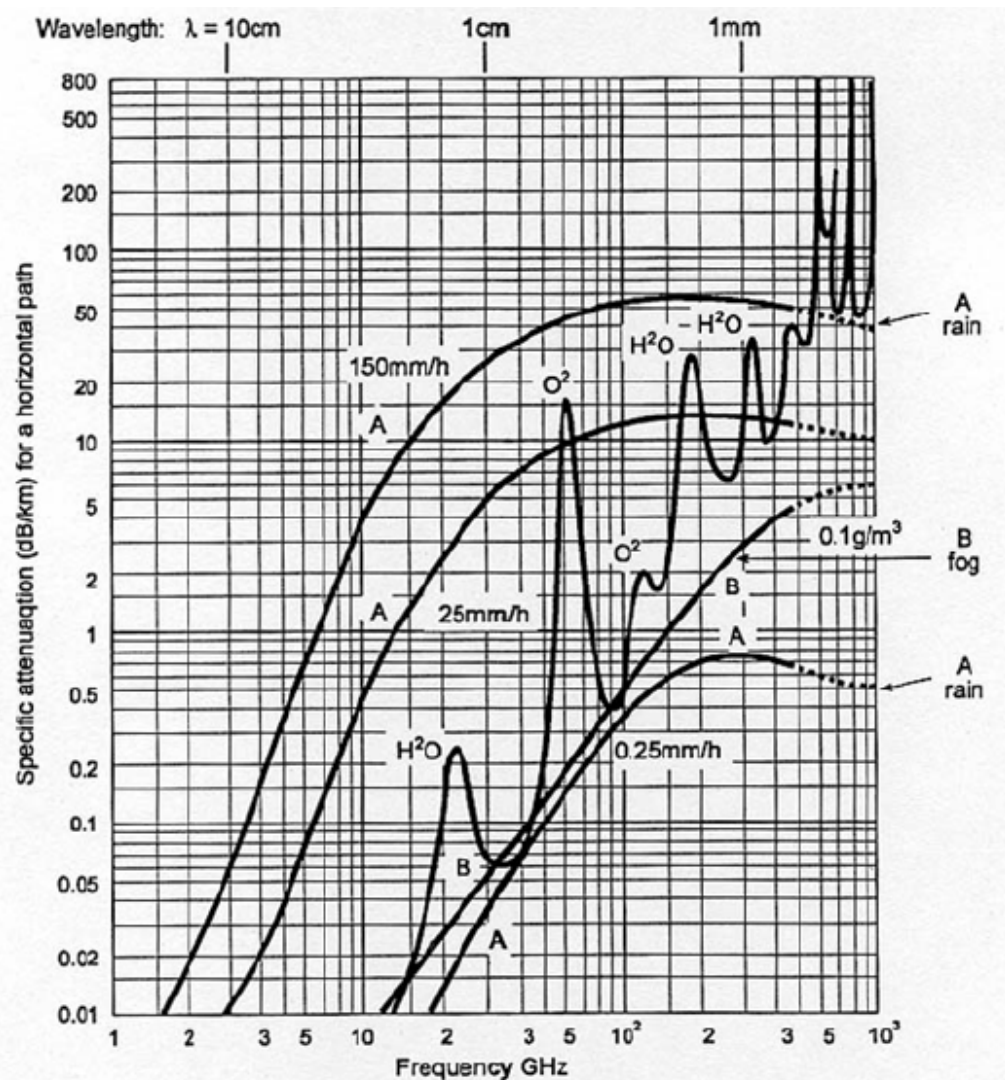
vale la seguente relazione:

$$A_{dB/km} = uR^v \quad R \text{ in mm/h, } u \text{ e } v \text{ costanti dipendenti da}$$

frequenza, temperatura e polarizzazione

- La formula scritta è molto semplice rispetto alla complessità del problema. Tuttavia, *la sua applicazione ai casi reali non è immediata e necessita di essere integrata con tecniche statistiche*. Sia dato, infatti, un collegamento terrestre di lunghezza L . Se si avesse, lungo di esso, pioggia uniforme di intensità R (date frequenza e polarizzazione), l'attenuazione totale A_t [dB] sarebbe data semplicemente dal prodotto $A_{dB/km} \cdot L$.
- La pioggia, invece, occupa soltanto **zone limitate di spazio**, che, in alcuni casi, contengono al loro interno zone di dimensioni più piccole, dette celle, dove è particolarmente intensa. Il fenomeno, inoltre, è variabile nel tempo in modo molto irregolare.

Attenuazione in funzione della frequenza



La figura riporta l'attenuazione per R corrispondenti a pioggia lieve (0.25 m/h), media (25 mm/h) e intensa (150 mm/h).

Le attenuazioni sono le medie tra quelle delle polarizzazioni verticale e orizzontale. A parità di frequenza, A aumenta con R . Per una data R , l'andamento in funzione della frequenza presenta una fase crescente, seguita da una fase di saturazione.

L'effetto della pioggia, anche se di media intensità, è del tutto dominante rispetto a quelli della nebbia e dei gas atmosferici fino a frequenze di ~ 10 GHz. A frequenze più alte, gli altri effetti cominciano ad essere apprezzabili.

RECOMMENDATION ITU-R P.676-7
Attenuation by atmospheric gases
RECOMMENDATION ITU-R P.840-3
Attenuation due to clouds and fog
RECOMMENDATION ITU-R P.838-3
Specific attenuation model for rain
for use in prediction methods

ITU: Valori teorici dei coefficienti u , v

Frequenza (GHz)	u_H	u_V	v_H	v_V
1	0,0000387	0,0000352	0,912	0,880
2	0,000154	0,000138	0,963	0,923
4	0,000650	0,000591	1,121	1,075
6	0,00175	0,00155	1,308	1,265
7	0,00301	0,00265	1,332	1,312
8	0,00454	0,00395	1,327	1,310
10	0,0101	0,00887	1,276	1,264
12	0,0188	0,0168	1,217	1,200
15	0,0367	0,0335	1,154	1,128
20	0,0751	0,0691	1,099	1,065
25	0,124	0,113	1,061	1,030
30	0,187	0,167	1,021	1,000
35	0,263	0,233	0,979	0,963
40	0,350	0,310	0,939	0,929
45	0,442	0,393	0,903	0,897
50	0,536	0,479	0,873	0,868
60	0,707	0,642	0,826	0,824
70	0,851	0,784	0,793	0,793
80	0,975	0,906	0,769	0,769
90	1,06	0,999	0,753	0,754
100	1,12	1,06	0,743	0,744

RECOMMENDATION ITU-R P.838-3

Specific attenuation model for rain for use in prediction methods

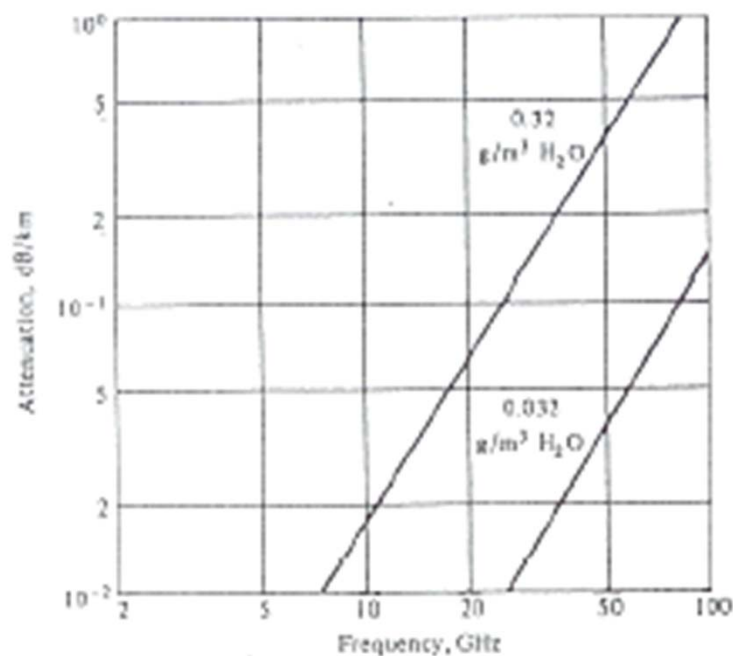
H= Horizontal polarization
V= Vertical polarization

$$A_{dB/km} = uR^v$$

R in mm/h, u e v costanti dipendenti da frequenza, temperatura e polarizzazione

Attenuazione da nubi e nebbia

- L'attenuazione da nubi e nebbia è governata dalle stesse equazioni fondamentali viste per la pioggia. La principale differenza è che in questo caso si hanno minuscole goccioline di acqua in sospensione con raggio compreso tra 0.001 e 0.05 mm. L'attenuazione è proporzionale alla concentrazione complessiva d'acqua per unità di volume ρ_w (g/m^3) e, per $\rho_w < 0.4 \text{ g}/\text{m}^3$, è circa linearmente dipendente dalla frequenza.

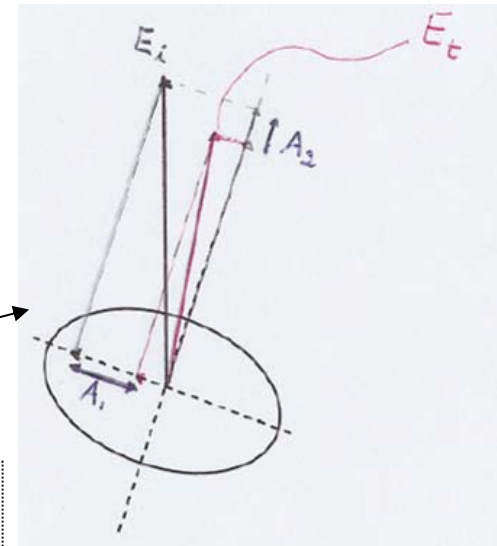


RECOMMENDATION
ITU-R P.840-3

ATTENUATION DUE
TO CLOUDS AND
FOG

Depolarizzazione

- Le gocce di pioggia si deformano durante il moto di caduta. La circolazione d'aria attorno alla goccia ha l'effetto di schiacciarla secondo l'asse verticale. In pratica la forma è quella di un ellissoide di rotazione attorno all'asse minore che risulta quasi verticale (ellissoidi oblati).
- Se l'asse minore fosse perfettamente verticale, non si avrebbe depolarizzazione, anche se un campo polarizzato orizzontalmente subirebbe un'attenuazione maggiore rispetto a quella subita da un campo polarizzato verticalmente.
- Nel caso di ellissoide inclinato, per un campo polarizzato, ad esempio, verticalmente, nasce una componente orizzontale dopo l'attraversamento della goccia (vedi figura)
- L'energia che passa alla polarizzazione ortogonale è piccola ($-20 / -30$ dB), ma il disturbo può essere dannoso se sull'onda incrociata transita un segnale (segnali a riuso di frequenza)



E_i : campo incidente; E_t campo trasmesso

A_1 : attenuazione sull'asse maggiore, A_2 att. sull'asse minore

Attenuazione supplementare

- Per un collegamento in ponte radio operante a frequenza superiore a 10 GHz, l'attenuazione supplementare dovuta pioggia è il fattore più importante da considerare.

Per $f > 10$ GHz \rightarrow Attenuazione totale: $L_{tot}|_{dB} = L_{fs}|_{dB} + L_{sRain}|_{dB}$

- Poiché in generale *l'intensità di precipitazione varia nello spazio e nel tempo*, L_{sRain} non è nota una volta dimensionato un collegamento, ma può essere descritta solo statisticamente tramite la probabilità che un certo valore di L_s sia superato per una certa percentuale di tempo.
- Le statistiche dell'attenuazione non sono facilmente determinabili poiché, sebbene misure pluviometriche di R si effettuino da oltre un secolo, gli eventi di attenuazione molto elevata (per cui il collegamento è fuori servizio), corrispondenti a valori di forte precipitazione, sono estremamente localizzati (servirebbe una rete di pluviometri molto densa spazialmente) e pressoché istantanei (gli Istituti Meteorologici forniscono dati medi di R).
- Oggi sono disponibili osservazioni sperimentali raccolte in diverse località su tempi lunghi (utili per statistiche affidabili).



Modello ITU per predizione di attenuazione in pioggia

Modello empirico di attenuazione (1/2)

- Per la pioggia, una semplice relazione del tipo $A = uR^v$ è valida soltanto nel caso di pioggia uniforme lungo tutto il collegamento. Nei casi reali, occorre tener conto delle proprietà statistiche dell'intensità di pioggia e della sua distribuzione spaziale. Sono stati proposti numerosi modelli.
- Nel seguito si descriverà quello approvato dall'International Telecommunication Union (ITU) *per collegamenti orizzontali* (RECOMMENDATION ITU-R P.618-1 **Propagation prediction techniques and data required for the design of trans-horizon radio-relay systems**).

- Si caratterizza la zona climatica in cui opera il collegamento usando la distribuzione cumulativa di pioggia $D(R)$ (vedi figura pag. successiva)
- Si considera l'intensità di pioggia R_{001} ecceduta per lo 0.01% del tempo (0.876 h/anno) e si calcola la corrispondente attenuazione specifica

$$A_{001} = u R_{001}^v \text{ [dB/km]}.$$

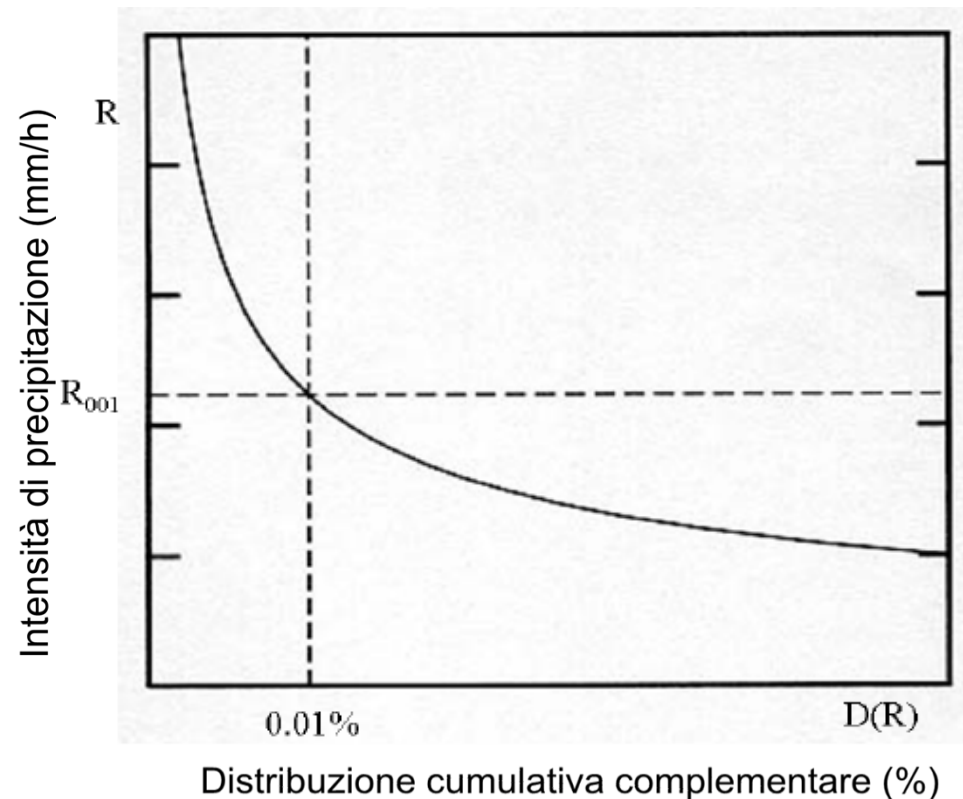
- Detta L la lunghezza del collegamento [km], l'attenuazione A_{001T} totale (in dB) ecceduta per lo 0.01% del tempo è data da:

$$A_{001T} = A_{001} L \frac{1}{1 + 0.045L} \quad \Longrightarrow \quad A_p = A_{001T} 0.12 p^{-[0.546 + 0.043 \log(p)]}$$

Modello empirico di attenuazione (2/2)

– Per una generica percentuale di tempo p , l'attenuazione ecceduta (in dB) è:

$$A_p = A_{0.01T} 0.12 p^{-[0.546+0.043 \log(p)]}$$



- Anche per il problema della pioggia, sono spesso usate tecniche di diversità. In questo caso è efficace la diversità di spazio, con spaziature tra le antenne di almeno 10 km.

Esempi di distribuzioni cumulative

Distribuzioni cumulative di attenuazione raccolte presso il sito sperimentale di Spino d'Adda di proprietà del Politecnico di Milano. In questo caso si considera direttamente l'attenuazione

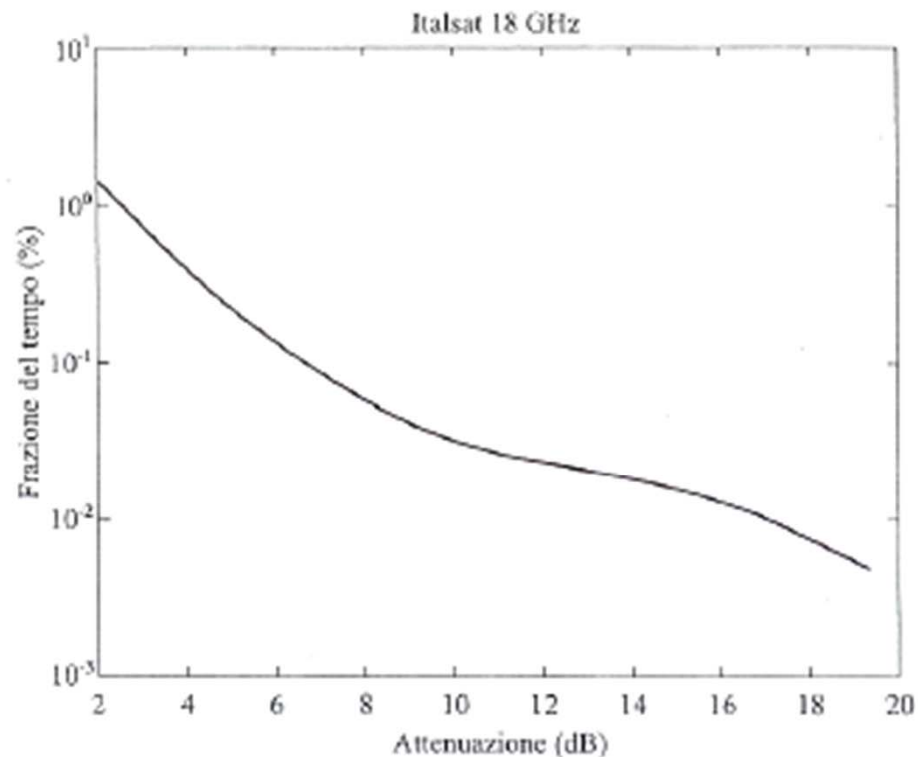
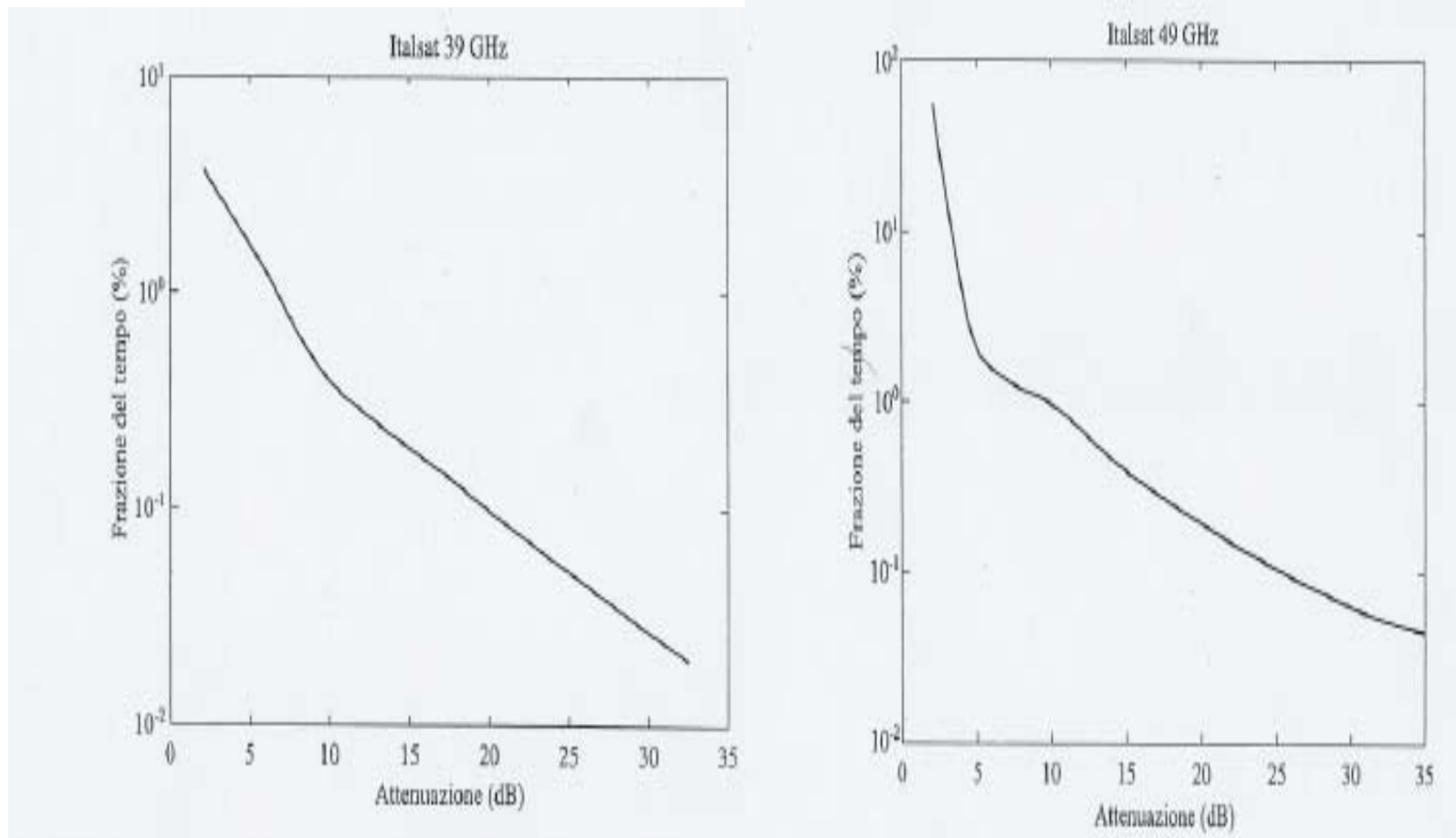


Figura 5.6 Distribuzione cumulativa di attenuazione misurata alla frequenza di 18 GHz (satellite Italsat); in ordinata è riportata la frazione percentuale del tempo per cui l'attenuazione è risultata essere maggiore del valore riportato in ascissa.

Esempi di distribuzioni cumulative

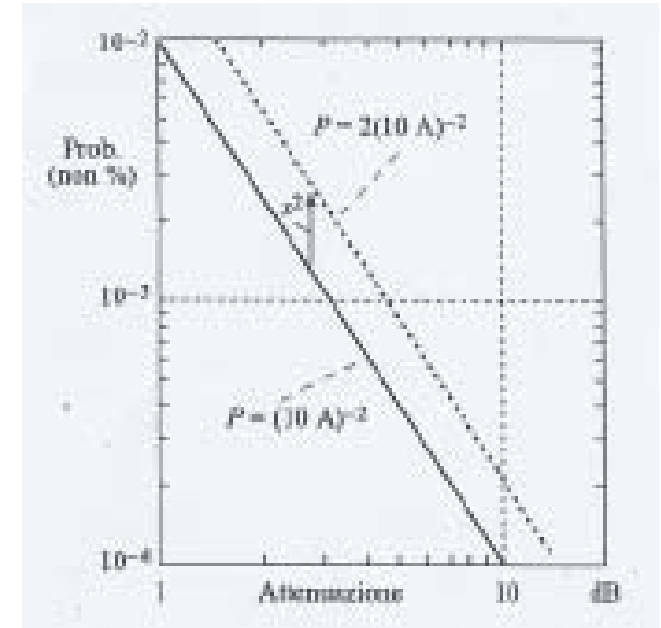


Esempio: statistica dell'attenuazione da pioggia

Si assuma come modello matematico per descrivere la Probabilità di superamento dell'attenuazione A dovuta a pioggia l'espressione:

$$P(A_{\text{pioggia}} \geq A) = (10 \times A)^{-2}$$

(si veda disegno linea continua). Assumendo che l'attenuazione sia proporzionale alla lunghezza della tratta, determinare quanti dB aggiuntivi occorre fornire al collegamento per raddoppiarne la lunghezza mantenendo una probabilità di fuori uso pari a 10^{-3}



Per un'attenuazione 2 volte superiore, la curva probabilistica diviene quella tratteggiata in figura (ordinate moltiplicate per 2). Imponendo la stessa probabilità nei 2 casi:

$$(10 \times A_1)^{-2} = 2(10 \times A_2)^{-2} \rightarrow A_2 = \sqrt{2} A_1$$

$$\text{Fissata } P = 10^{-3} \text{ si ha: } 10^{-2} A_1^{-2} = 10^{-3} \rightarrow A_1 = \sqrt{10} = 3.17 \text{ dB} \rightarrow A_2 = \sqrt{2} \sqrt{10} = 4.47 \text{ dB.}$$

I dB da aggiungere saranno dati da $A_1 - A_2$ più 6 dB per l'aumentata attenuazione in spazio libero ($20 \log_{10}(2) = 6$). In definitiva: $\Delta A = A_1 - A_2 + 6 = 7.6 \text{ dB}$

Effetti sui collegamenti spaziali

- Anche nei collegamenti spaziali l'attenuazione dipende dalle proprietà statistiche dell'intensità di pioggia e dalla sua distribuzione spaziale. In questo caso, i parametri da considerare sono quelli mostrati in figura:
 - h_s [km]: altezza sul livello del mare;
 - h_R [km]: quota massima per cui si ha pioggia;
 - θ : angolo di elevazione.
- RECOMMENDATION ITU-R P.839-3. **Rain height model for prediction methods.** Le quota massima a cui si ha pioggia è data dalle seguente formula empirica (ϕ è la latitudine) :

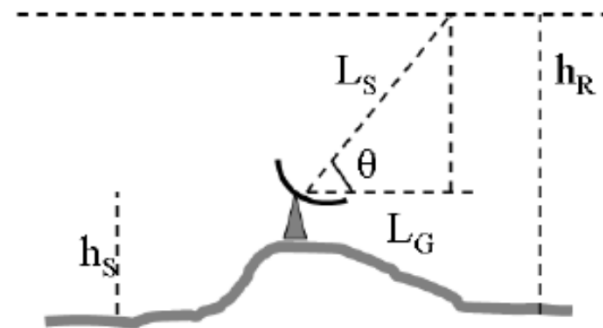
$$h_R = 3 + 0.028\phi \text{ per } \phi \leq 36^\circ$$

$$h_R = 4 - 0.075(\phi - 36) \text{ per } \phi > 36^\circ$$

- Inoltre:

$$L_S = \frac{h_R - h_s}{\sin \theta}$$

$$L_G = L_S \cos \theta$$



Modello per collegamenti spaziali

- Descrizione del modello empirico proposto da ITU (RECOMMENDATION ITU-R P.618-9 **Propagation data and prediction methods required for the design of Earth-space telecommunication systems**).
- Analogamente al caso dei ponti radio terrestri, si considera l'intensità di pioggia R_{001} ecceduta per lo 0.01% del tempo e si calcola la corrispondente attenuazione per unità di lunghezza R_{001} [dB/km]. Tuttavia, si esprimono i parametri in una forma più generale in funzione di angoli di elevazione θ e di polarizzazione τ ("tilt angle of the linearly polarized electric field vector with respect to the horizontal; for circular polarization use $\tau = 45^\circ$ ")

$$u = \frac{u_H + u_V + (u_H - u_V) \cos^2 \theta \cos 2\tau}{2}$$

$$v = \frac{u_H v_H + u_V v_V + (u_H v_H - u_V v_V) \cos^2 \theta \cos 2\tau}{2u}$$

- L'attenuazione in dB ecceduta per lo 0.01% del tempo è:

$$A_{001T} = u R_{001}^v L_S \frac{1}{1 + 0.0286 L_G \exp(0.015 R_{001})}$$

- Per una generica percentuale di tempo p , l'attenuazione ecceduta (in dB) è:

$$A_p = A_{001T} 0.12 p^{-[0.546 + 0.043 \log(p)]}$$

Modello ITU di attenuazione da pioggia

– Per una generica percentuale di tempo p , l'attenuazione ecceduta (in dB)

è:

$$A_p = A_{0.01T} 0.12 p^{-[0.546+0.043 \log(p)]}$$

Probabilità che $R < R_0$:

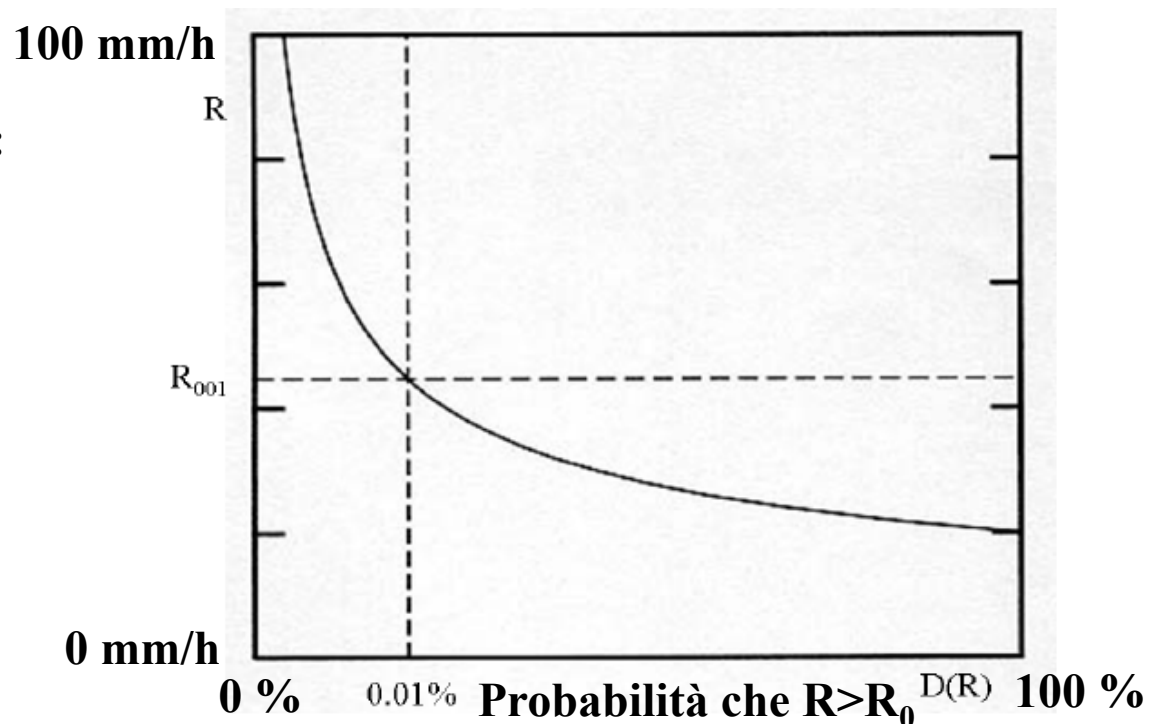
$$p(R < R_0) = 1 - D(R > R_0)$$

da cui

$$D(R > R_0) = 1 - p(R < R_0)$$

$p(x)$: densità di
probabilità

$D(x)$: distribuzione
(cumulativa) di prob.



- Anche per il problema della pioggia, sono spesso usate tecniche di diversità. In questo caso è efficace la diversità di spazio, con spaziature tra le antenne di almeno 10 km.

Modello ITU di temp. di brillantezza da pioggia

- **Ipotesi:**

- strato pioggia di spessore verticale $h=h_R-h_S$ a temperatura $T=T_m$ uniforme con $T_B(z=0)=T_C=2.7$ K.
- Coefficiente di assorbimento (km^{-1}) k_{a0} uniforme e albedo nulla

- **Trasferimento radiativo amicroonde**

$$\frac{dT_B(r)}{dr} = -k_a T_B(r) + T(r)$$

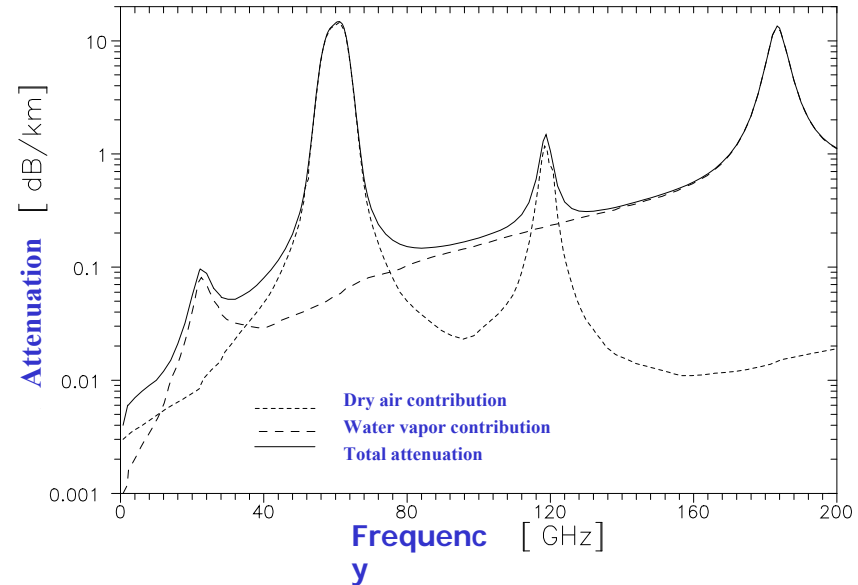
$$\Rightarrow \frac{dT_B(z, \theta)}{dz} \sin\theta = -k_{a0} T_B(z, \theta) + T_m$$

$$\Rightarrow T_B(z, \theta) = T_B(0, \theta) e^{-k_{a0} h / \sin\theta} + T_m (1 - e^{-k_{a0} h / \sin\theta})$$

$$\Rightarrow T_B(z, \theta) = T_C e^{-A_z / \sin\theta} + T_m (1 - e^{-A_z / \sin\theta})$$

ITU-R formula:

$$T_B(\theta) = T_m [1 - \exp(-A / \sin\theta)] \quad \text{con } T_m = 260 \text{ K}$$



$$T_A = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} D(\theta, \phi) T_B(\theta, \phi) d\Omega$$

