



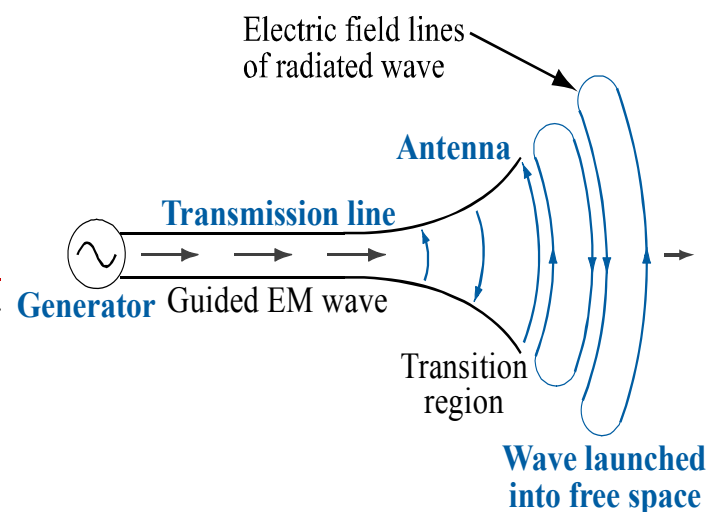
SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

---

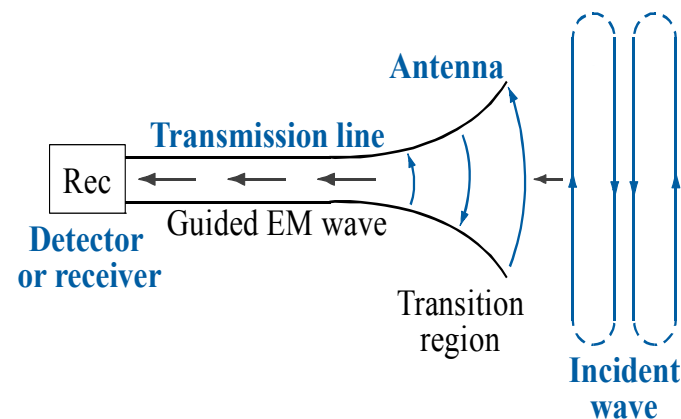
# Radiazione e.m. e generalità sulle antenne

# Introduzione

- La comprensione del fenomeno della radiazione e.m. prodotta da un'assegnata distribuzione di correnti trova la sua naturale applicazione nello studio delle antenne, componenti essenziali nei sistemi di telecomunicazione e di telerilevamento che utilizzano le onde elettromagnetiche per trasmettere e ricevere informazione.
- L'antenna si può considerare un *trasduttore tra un'onda guidata ed un'onda che si propaga nello spazio esterno*, tramite la quale le onde vengono trasmesse dagli apparati trasmittenti allo spazio (antenne trasmittenti), ovvero dallo spazio agli apparati riceventi (antenne riceventi).
- Le antenne si distinguono principalmente (ma non solo) per l'efficienza con cui compiono le operazioni suddette, per le loro proprietà direzionali, che permettono di irradiare o ricevere con maggiore intensità nelle direzioni volute e per la *banda*.



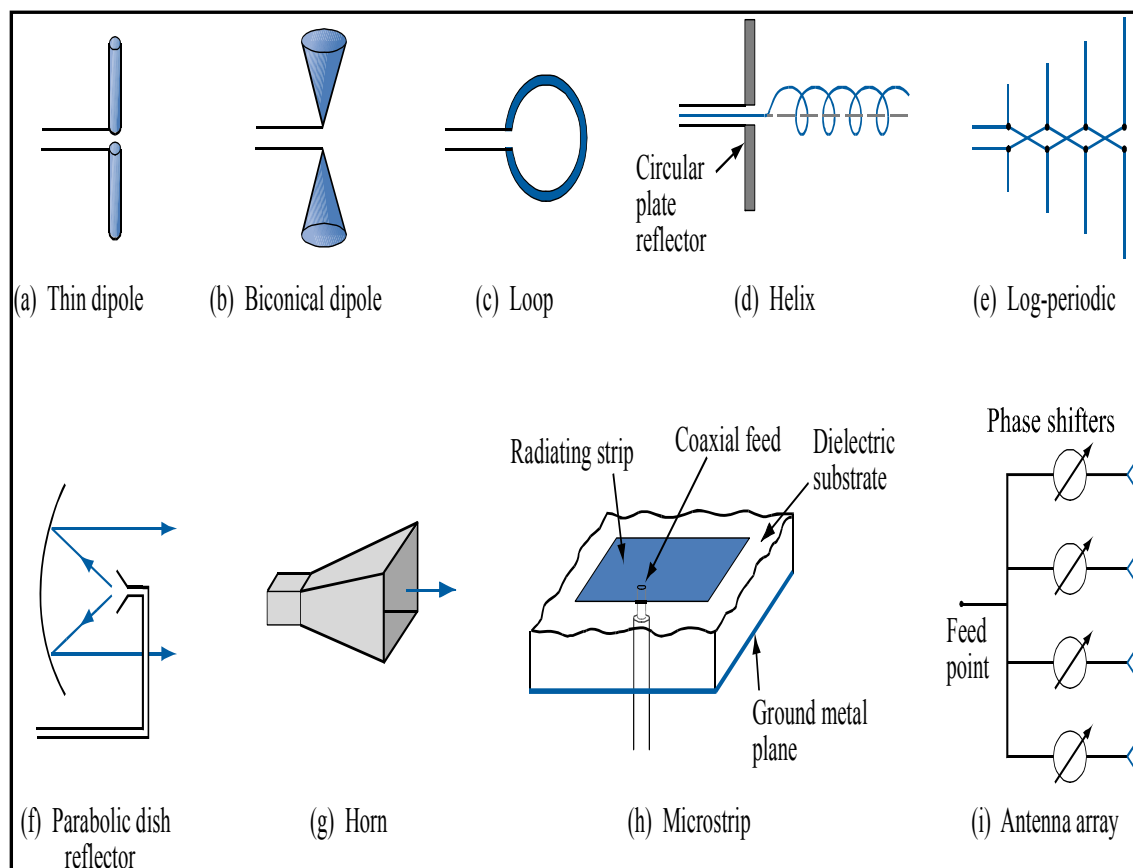
(a) Transmission mode



(b) Reception mode

# Usi e tipi principali di antenne

- Le antenne sono costituite da una grande varietà di forme e dimensioni. *Si usano nella trasmissione e ricezione di segnali radiotelevisivi, nei sistemi di radiocomunicazione, nella telefonia cellulare, nei sistemi radar, quali elementi e/o trasmettenti delle applicazioni di telerilevamento, e in molte altre applicazioni.*
- Alle frequenze più basse le antenne sono generalmente costituite da **fili o tralicci metallici**. Alle frequenze più alte (e.g., microonde) si usano strutture facilmente collegabili con le guide d'onda (fessure, **trombe**).
- In applicazioni come radar, ponti radio, antenne per satelliti, (alta direzionalità) le antenne sono costituite da molti elementi radianti (**allineamenti**) e/o da strutture focalizzanti (**riflettori**, lenti).



# Antenne trasmettenti e riceventi

---

- Le **sorgenti della radiazione** si possono dividere in due gruppi: le correnti ed i campi d'apertura.
  - Le antenne a filo sono esempi di *sorgenti di corrente*: le correnti tempo-varianti che scorrono nei fili conduttori eccitano una radiazione nello spazio.
  - L'antenna a tromba è un esempio del secondo gruppo: in corrispondenza dell'*apertura* della tromba, campo elettrico e campo magnetico servono da sorgenti per il campo irradiato. I campi sull'apertura sono a loro volta indotti da correnti tempo-varianti.
- Le proprietà delle antenne riceventi (antenne Rx) sono strettamente legate a quelle in trasmissione (antenne Tx)  $\Rightarrow$  **RECIPROCITA'**. Se un'antenna Tx irradia nella direzione A una potenza (per unità di superficie) 100 volte superiore a quella in direzione B, in ricezione essa risulterà 100 volte più sensibile alla radiazione proveniente da A.
- Nelle più comuni applicazioni, la distanza tra le antenna Tx e l'antenna Rx è tale che quest'ultima è nella *regione di campo lontano* della sorgente e l'onda incidente sull'antenna Rx può considerarsi piana ed uniforme (OPU).



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

---

# Campo e.m. irradiato a grande distanza

# Equazione delle onde

---

- Per il calcolo del campo irradiato da un'antenna si deve risolvere l'equazione delle onde espressa generalmente in termini dei potenziali elettrodinamici ( $\mathbf{A}$  ed  $\mathbf{F}$ ).
- Per la linearità del problema, è possibile ottenere il campo elettromagnetico come la somma di due campi, di cui uno generato dalle sole correnti elettriche impresse  $\mathbf{J}_i$  e l'altro generato dalle sole correnti magnetiche impresse  $\mathbf{J}_{mi}$ .

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = -\mathbf{J}_i \quad \text{con :}$$

$$\begin{cases} \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{A} + \frac{\nabla\nabla \cdot \mathbf{A}}{j\omega\epsilon} \end{cases}$$

$$\nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} = -\mathbf{J}_{mi} \quad \text{con :}$$

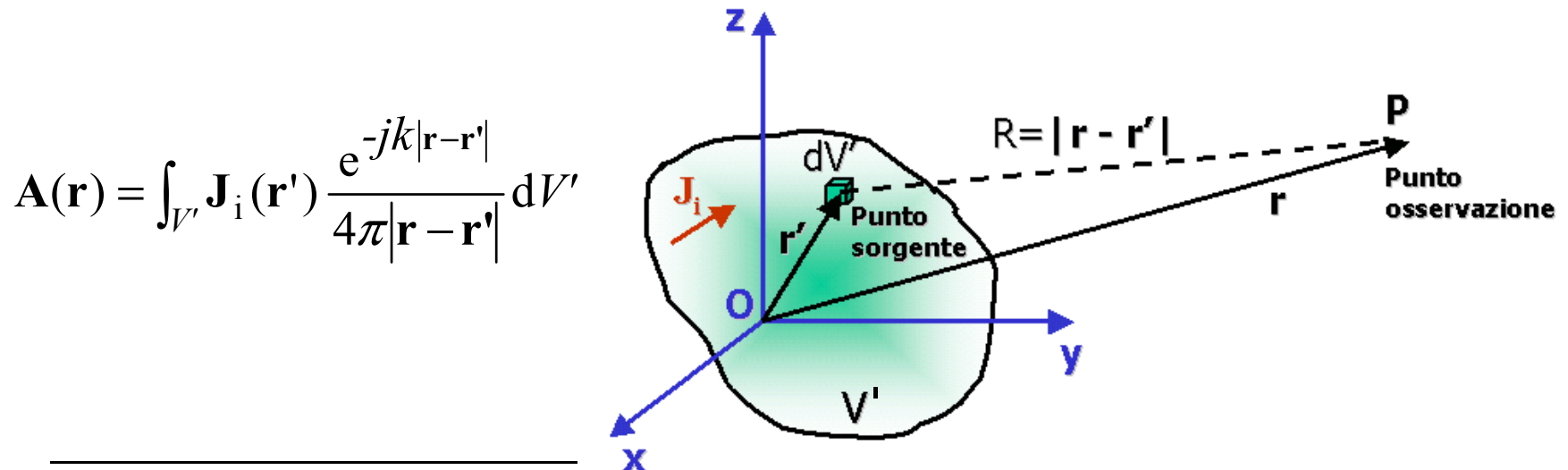
$$\begin{cases} \mathbf{E} = -\nabla \times \mathbf{F} \\ \mathbf{H} = -j\omega\epsilon\mathbf{F} + \frac{\nabla\nabla \cdot \mathbf{F}}{j\omega\mu} \end{cases}$$

# Soluzione tramite funzione di Green in spazio libero (1/2)

- La soluzione generale del problema elettromagnetico è data dalla somma delle due soluzioni trovate per  $\mathbf{J}_{mi} = 0$  e per  $\mathbf{J}_i = 0$
- Per risolvere il problema della determinazione del campo in un mezzo lineare, stazionario, omogeneo, isotropo, illimitato (spazio libero) nell'ipotesi che una sorgente sia localizzata in un volume  $V'$  di dimensioni finite si ricorre alla funzione di Green nello spazio libero  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ :

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-jkR}}{4\pi R} = \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad \text{con } \nabla^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$$

in cui  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{r}'$  sono i vettori rappresentativi del punto di osservazione e del punto di sorgente, rispettivamente e  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ .



$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \int_{V'} \mathbf{J}_i(\mathbf{r}') \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV'$$

## Soluzione tramite funzione di Green in spazio libero (2/2)

---

- Nell'espressione di  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ , ciascun contributo elementare  $\mathbf{J}_i(\mathbf{r}') dV' \frac{e^{-jkR}}{4\pi R}$  rappresenta un'onda sferica emessa dall'elemento di volume  $dV'$ , in cui le costanti di fase e di attenuazione coincidono con quelle delle onde piane uniformi nel mezzo considerato. Tale onda sferica elementare si propaga dal punto sorgente verso l'infinito con la stessa velocità delle OPU.
- L'integrale (funzione d'onda), ottenuto per sovrapposizione di onde sferiche elementari emesse da punti diversi di  $V'$ , non rappresenta in generale un'onda sferica, perché sovrapponendo onde sferiche emesse da punti diversi non si ottiene un'onda dello stesso tipo.
- Vedremo che solo **a grande distanza dalle sorgenti, con le approssimazioni opportune, avremo effettivamente un'onda sferica** con particolari caratteristiche. Si avrà inoltre una formulazione più semplice per il potenziale e i campi, aspetto significativo perché in molte applicazioni tra sistemi di antenne si lavora effettivamente a grande distanza.



# Approssimazioni a grande distanza

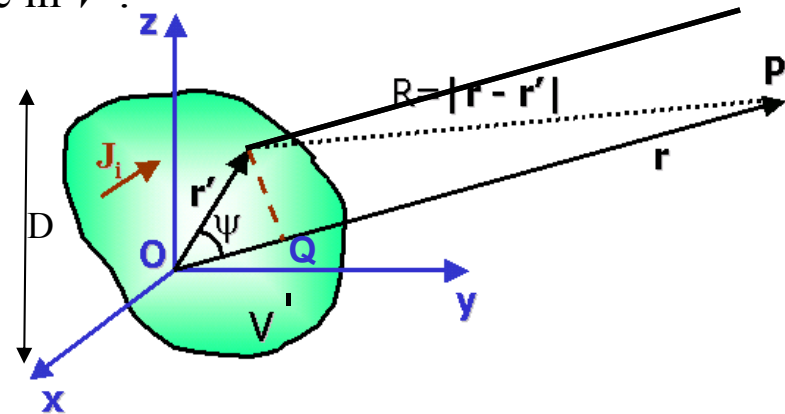
- Supponiamo che il mezzo sia un dielettrico a perdite trascurabili (p.es. l'aria per distanze fino ad alcune decine di km e  $f < 10$  GHz),  $\rightarrow \eta \approx \eta_0/n$ ,  $c \approx c_0/n$ ,  $\lambda \approx \lambda_0/n$ ,  $k \approx \beta \approx \beta_0/n$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\mathbf{P}$  reale. Indichiamo con  $D$  il diametro delle più piccola sfera che racchiude la sorgente in  $V'$ .

Se  $r \gg D$  e  $r \gg \lambda$ , si ha (vedi figura):

$$R \approx \overline{QP} = r - \overline{OQ} = r - \mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_0$$

Grazie a tale approssimazione si ricava:

$$e^{-jkR} \cong e^{-jkr + jkr' \cdot \mathbf{r}_0 + k(r'^2/2r)} \cong e^{-jkr + jkr' \cdot \mathbf{r}_0}$$



- L'errore di fase che si commette usando tale approssimazione decresce all'aumentare della distanza. Assumendo che sia accettabile un errore minore di  $\pi/8$ , l'approssimazione può ritenersi valida se:

$$k(r'^2/2r) < \frac{\pi}{8} \Rightarrow r > \frac{2D^2}{\lambda}; \quad \frac{2D^2}{\lambda} \text{ è detta distanza di Fresnel}$$

- Nel calcolo di  $1/R$  il termine  $\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_0$  può essere trascurato rispetto ad  $r$  compiendo un errore che decresce al crescere della distanza dalla sorgente. Dunque si può porre:

$$\frac{1}{R} \approx \frac{1}{r} \quad (r \gg D)$$

# Vettore di radiazione

- L'errore che si compie ponendo  $1/R \approx 1/r$  scende a valori accettabili (sotto il 5%) già per  $r = 10D$

N.B: nel termine di fase non è possibile trascurare il termine  $\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_0$  anche quando  $r \rightarrow \infty$ , poiché indipendentemente da  $r$  lo sfasamento  $k\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_0$  può avere valore considerevole se  $r'$  (ossia la dimensione della sorgente) è paragonabile o maggiore di  $\lambda$ .

- Quindi, se valgono le condizioni  $\begin{cases} r \gg D \\ r > \frac{2D^2}{\lambda} \\ r \gg \lambda \end{cases}$  si ottiene (passando in coordinate sferiche):

$$\underline{\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{A}(r, \theta, \varphi)} = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \int_{V'} \mathbf{J}_i(\mathbf{r}') e^{jk\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_0} dV' = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \int_{V'} \mathbf{J}_i(\mathbf{r}') e^{jk\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_0} dV' = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \underline{\mathbf{N}(\theta, \varphi)}$$

$$\mathbf{N}(\theta, \varphi) = \int_{V'} \mathbf{J}_i(\mathbf{r}') e^{jk\mathbf{r}' \cdot \mathbf{r}_0} dV' \quad \text{è detto "vettore di radiazione" } [\mathbf{k} = k\mathbf{r}_0]$$

Il vettore di radiazione dipende solo dalla DIREZIONE in cui è posto il punto di osservazione, non dalla DISTANZA. A grande distanza, la dipendenza del potenziale da  $r$  è identica per tutte le sorgenti (secondo  $e^{-jkr} / r$ ), mentre la dipendenza dalla direzione di osservazione varia da caso a caso ed è dettata da  $\mathbf{N}(\theta, \varphi)$ .

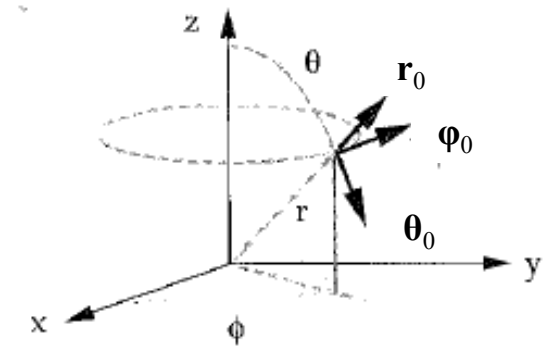
# Campi a grande distanza

- Nel passaggio dal potenziale  $\mathbf{A}$  ai campi  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$ , è utile operare in un sistema di coordinate sferiche.

Usando  $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{A} + \frac{\nabla\nabla \cdot \mathbf{A}}{j\omega\epsilon} \end{array} \right.$ , ed usando le espressioni di gradiente

divergenza e rotore in coordinate sferiche, si ottengono le espressioni per  $\mathbf{E}$  ed  $\mathbf{H}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\eta \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} [N_\theta(\theta, \varphi)\boldsymbol{\theta}_0 + N_\varphi(\theta, \varphi)\boldsymbol{\varphi}_0] \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -j \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} [-N_\varphi(\theta, \varphi)\boldsymbol{\theta}_0 + N_\theta(\theta, \varphi)\boldsymbol{\varphi}_0] \end{array} \right.$$



- E' da notare che le componenti dei campi  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  secondo  $\mathbf{r}_0$ , ( $E_r$  e  $H_r$ ) se presenti, decrescono almeno come  $1/r^2$  e quindi sono state trascurate

N.B:  $\boldsymbol{\varphi}_0 = \mathbf{r}_0 \times \boldsymbol{\theta}_0$ ;  $\boldsymbol{\theta}_0 = -\mathbf{r}_0 \times \boldsymbol{\varphi}_0$ ;

# Zona di Fraunhofer

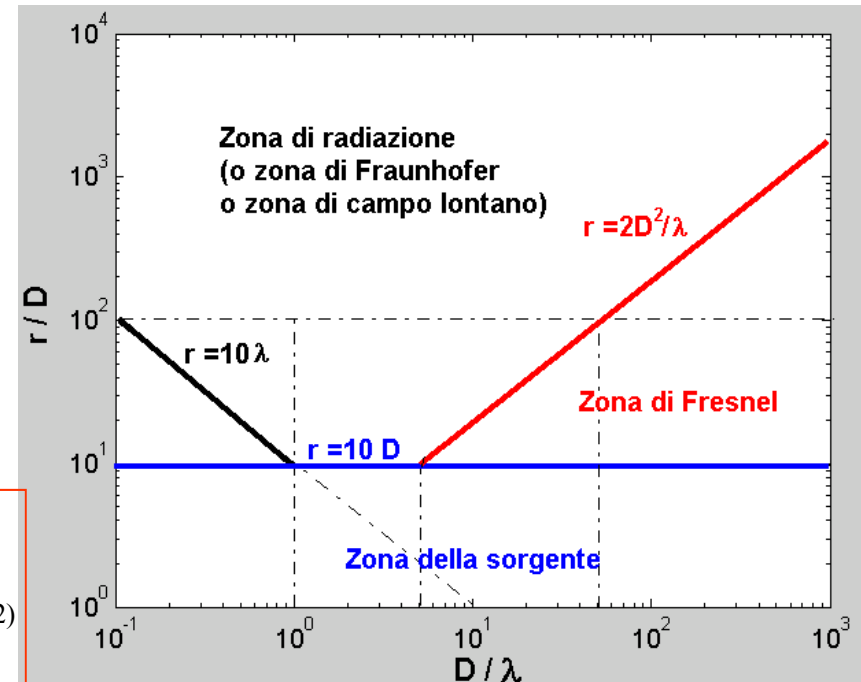
- La zona in cui vale l'approssimazione: 
$$\begin{cases} r \gg D \\ r > \frac{2D^2}{\lambda} \\ r \gg \lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r > 10D \\ r > \frac{2D^2}{\lambda} \\ r > 10\lambda \end{cases}$$

è detta **zona di radiazione, o di campo lontano, o di Fraunhofer**

- l'inizio di tale zona è determinato dalla più stringente delle disuguaglianze, e quindi generalmente dal rapporto  $D/\lambda$ .
- Quando la sorgente è grande rispetto alla lunghezza d'onda la zona di radiazione inizia a partire dalla distanza di Fresnel ( $2D^2/\lambda$ ).
- Quando la sorgente è molto più piccola rispetto alla lunghezza d'onda, la zona di radiazione inizia a distanze dell'ordine di decine di  $\lambda$ .

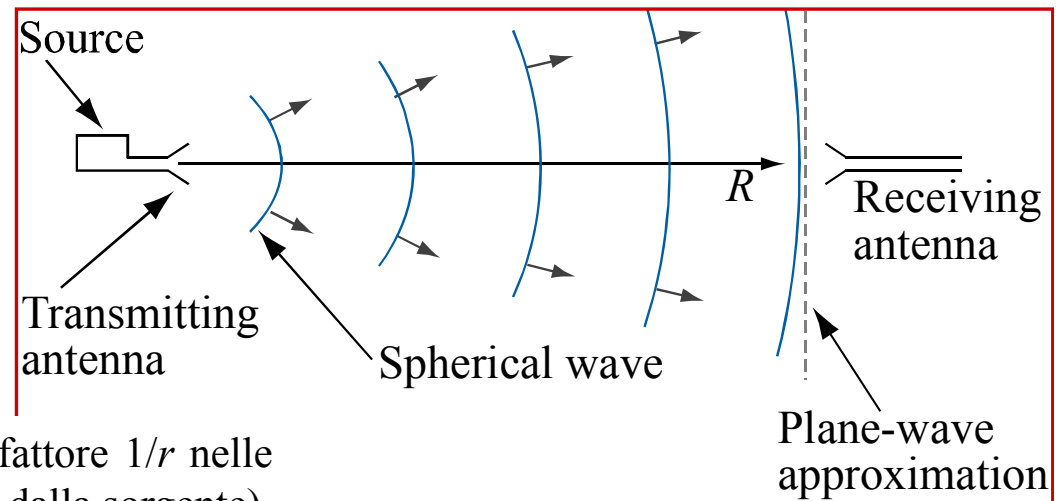
In tale zona si ha:

$$E_{\theta} \approx -j\eta \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} N_{\theta}(\theta, \varphi) = \eta \frac{|N_{\theta}(\theta, \varphi)|}{2\lambda r} e^{j(-kr + \angle N_{\theta} - \pi/2)}$$



# Proprietà del campo in zona di Fraunhofer

- Nella zona di Fraunhofer, si dimostra che il vettore di fase  $\beta$  è praticamente radiale  $\Rightarrow$  nella zona di radiazione il campo e.m. tende a divenire un'ONDA SFERICA. Infatti  $\beta \approx \beta \mathbf{r}_0 = \omega/c \mathbf{r}_0 = (2\pi/\lambda) \mathbf{r}_0 \rightarrow$  la velocità di fase e la lunghezza d'onda sono pari a quelle delle OPU nel mezzo considerato.
- I campi  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  tendono a divenire trasversali rispetto alla direzione di propagazione  $\mathbf{r}_0$  ( $E_r$  e  $H_r$  decrescono almeno come  $r^{-2}$  e quindi tendono a zero più rapidamente delle componenti trasversali  $E_\theta$ ,  $E_\phi$ ,  $H_\theta$  e  $H_\phi$  che decrescono come  $r^{-1}$ ). Ne segue che nella zona di radiazione l'onda è un'ONDA TEM, come le OPU. Anche la relazione che intercorre tra  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  è analoga a quella che vale per le OPU:  $\mathbf{H} = \mathbf{r}_0 \times \mathbf{E}/\eta$  e  $\mathbf{E} = \eta \mathbf{H} \times \mathbf{r}_0$
- **In zona di Fraunhofer le caratteristiche dell'onda sferica sono analoghe a quelle delle onde piane  $\Rightarrow$  Localmente il comportamento è quello di un'ONDA PIANA e UNIFORME.**
- Rispetto all'OPU, è però presente un fattore  $1/r$  nelle ampiezze (attenuazione con la distanza dalla sorgente).



# Condizioni di radiazione

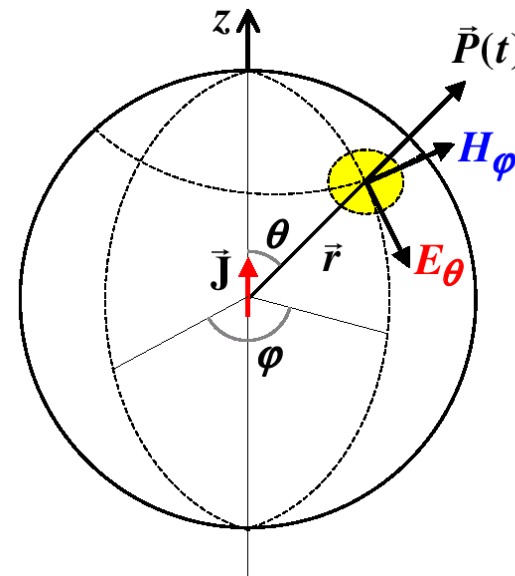
- Il fatto che localmente il comportamento sia quello di un'ONDA PIANA e UNIFORME è tanto più valido quanto più  $r \rightarrow \infty$ . Poiché la relazione tra  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  è analoga a quella valida per le onde piane uniformi, valgono le seguenti CONDIZIONI DI RADIAZIONE

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left( \mathbf{r}_0 \times \mathbf{H} + \frac{\mathbf{E}}{\eta} \right) = 0$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (\mathbf{r}_0 \times \mathbf{E} - \eta \mathbf{H}) = 0$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (r \mathbf{E}) = \text{cost}$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} (r \mathbf{H}) = \text{cost}$$



Esempio di campo e.m. irradiato a grande distanza da una corrente che scorre lungo  $z$ : solo localmente, nell'intorno del punto  $(r, \theta, \phi)$ , l'onda si comporta come un'onda piana

# Potenza irradiata e intensità di radiazione (1/2)

- Per valutare gli aspetti energetici legati alla radiazione nella zona di campo lontano prodotta da una sorgente monocromatica di dimensioni finite, valutiamo il vettore di Poynting  $\mathbf{P}$ . Essendo

$$\begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\eta \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} [N_\theta(\theta, \varphi)\mathbf{\theta}_0 + N_\varphi(\theta, \varphi)\mathbf{\phi}_0] \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -j \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} [-N_\varphi(\theta, \varphi)\mathbf{\theta}_0 + N_\theta(\theta, \varphi)\mathbf{\phi}_0] \end{cases}$$

si ricava:

$$\mathbf{P}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* = \frac{1}{2\eta} |\mathbf{E}|^2 \mathbf{r}_0 = P(r, \theta, \varphi) \mathbf{r}_0$$

$$\frac{1}{2\eta} \frac{\eta^2}{4\lambda^2 r^2} (|N_\theta|^2 + |N_\varphi|^2) \mathbf{r}_0 = \frac{\eta}{8\lambda^2 r^2} (|N_\theta|^2 + |N_\varphi|^2) \mathbf{r}_0 = \frac{U(\theta, \varphi)}{r^2} \mathbf{r}_0$$

$U$  è detta **intensità di radiazione** e rappresenta la potenza irradiata per unità di angolo solido (cfr. pagina successiva) [W/sr]:

$$U(\theta, \varphi) = \frac{\eta}{8\lambda^2} \left[ |N_\theta|^2 + |N_\varphi|^2 \right] = r^2 P(r, \theta, \varphi)$$

# Potenza irradiata e intensità di radiazione (2/2)

- A grande distanza dalla sorgente il vettore di Poynting in un mezzo senza perdite (o a perdite trascurabili) è REALE ed è diretto RADIALMENTE nel verso centrifugo  $\Rightarrow$  *a grande distanza dalla sorgente si ha un trasporto di potenza attiva verso l'infinito.*
- Il modulo di  $\mathbf{P}$ , decresce con come  $1/r^2$  ed è generalmente diverso nelle varie direzioni. La potenza totale irradiata (indicata in genere  $W_T$  o con  $W_{rad}$ ) è il flusso di  $\mathbf{P}$  attraverso una superficie (chiusa) sferica con centro nell'origine.

Potenza irradiata da una sorgente attraverso l'elemento d'area  $dS$ :

$$dW_{rad} = \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{r}_0 dS = P dS \Rightarrow$$

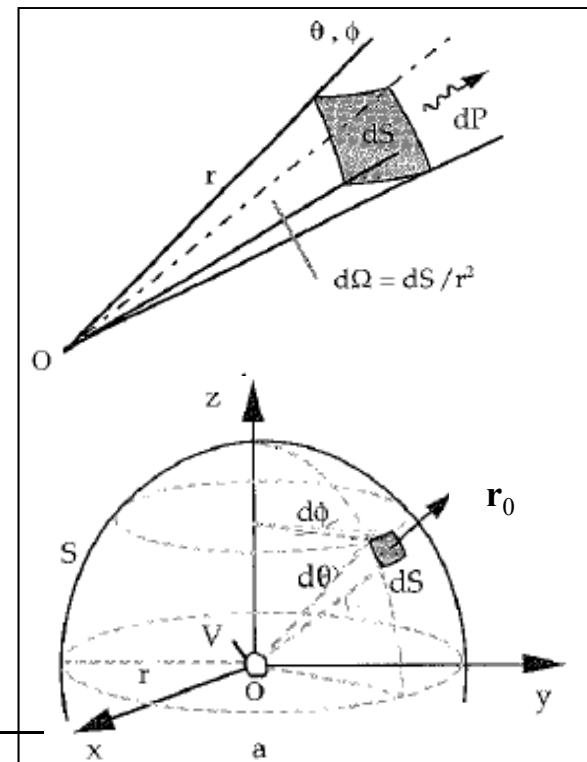
$$dW_{rad} = \frac{U(\theta, \varphi)}{r^2} dS$$

**In coordinate sferiche:**

$$dS = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi$$

**Definiamo l'angolo solido  $d\Omega$  sotteso dall'area  $dS$ :**  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$  [sr]

$$dW_{rad} = U(\theta, \varphi) d\Omega$$





# Solido di radiazione

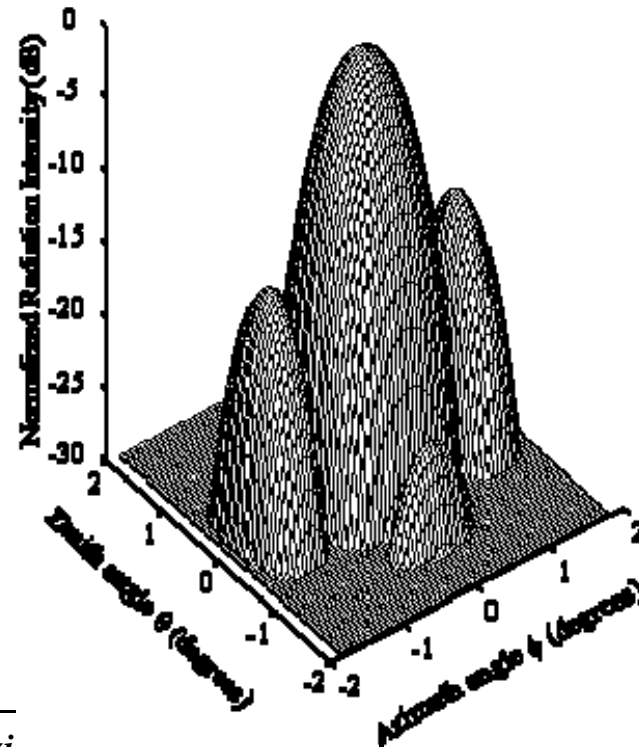
- Si ha:

$$W_{rad} = \oint_S P(r, \theta, \varphi) dS = \int_{4\pi} U(\theta, \varphi) d\Omega = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} U(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi$$

- Poiché  $U(\theta, \varphi)$  descrive la distribuzione della potenza irradiata dalla sorgente nelle varie direzioni, il diagramma polare di  $U(\theta, \varphi)$  normalizzato rispetto al suo valor massimo,  $U_n(\theta, \varphi) = U(\theta, \varphi)/U_{max}$ , rappresenta il **diagramma di radiazione in potenza** (concetto che ha senso solo in zona di radiazione).

La rappresentazione di  $U_n(\theta, \varphi)$  in funzione di  $\theta$  e  $\varphi$  costituisce il diagramma di radiazione tridimensionale (*solido di radiazione*). La figura rappresenta un esempio di diagramma in potenza in 3D

Il diagramma di radiazione è caratterizzato da un **LOBO PRINCIPALE** e da **LOBI SECONDARI** di ampiezza inferiore





SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

---

# Parametri di antenne in trasmissione e ricezione

# Parametri di antenne

---

I parametri che definiscono le caratteristiche di un'antenna sono:

- **Diagramma di radiazione**
- **Ampiezza del lobo principale (nullo-nullo o a 3dB)**
- **Direttività e guadagno**
- **Efficienza**
- **Polarizzazione**
- **Impedenza d'ingresso**
- **Area equivalente (in Rx)**
- **Larghezza di banda**

# Diagramma di radiazione

- In genere il solido di radiazione è riportato con una scala in decibel (dB) [ $U_n(\text{dB}) = 10\log_{10}U_n$ ]. Spesso è utile rappresentare  $U_n(\theta, \phi)$  in un diagramma bi-dimensionale [più propriamente il *diagramma di radiazione*] in piani specifici del sistema di coordinate sferiche

## -Piano di elevazione (piano $\theta$ )

⇒ piano a  $\phi$  costante:

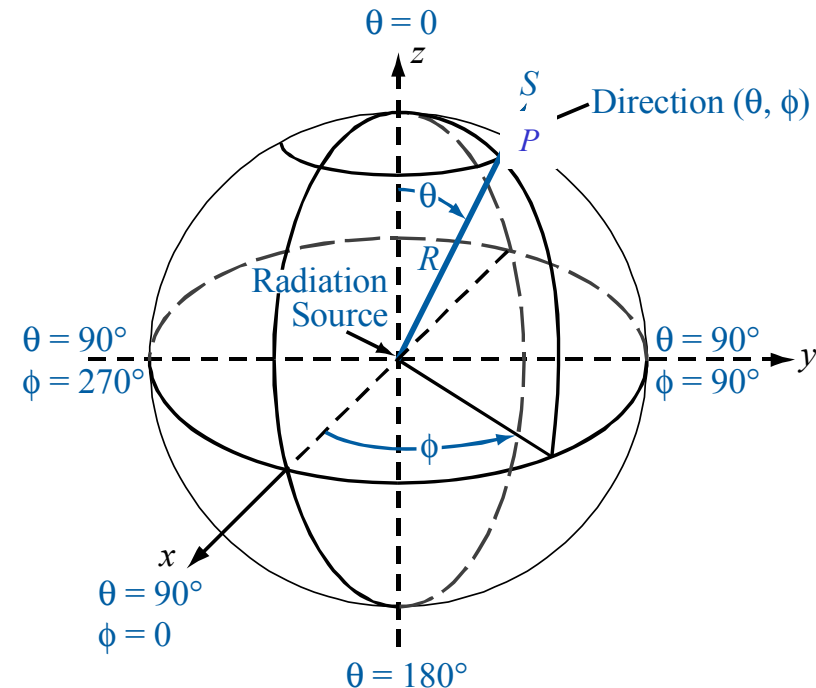
$\phi=0 \Rightarrow$  piano x-z

$\phi=90^\circ \Rightarrow$  piano y-z

## -Piano di azimut (piano $\phi$ )

⇒ piano a  $\theta=90^\circ \Rightarrow$  piano x-y

*questi sono detti piani principali del sistema di coordinate sferiche*



- **Diagramma di radiazione**: rappresentazione bi-dimensionale del solido di radiazione mediante sezioni a  $\phi=\text{cost.}$  o  $\theta=\text{cost.}$

# Esempi di diagramma di radiazione

---

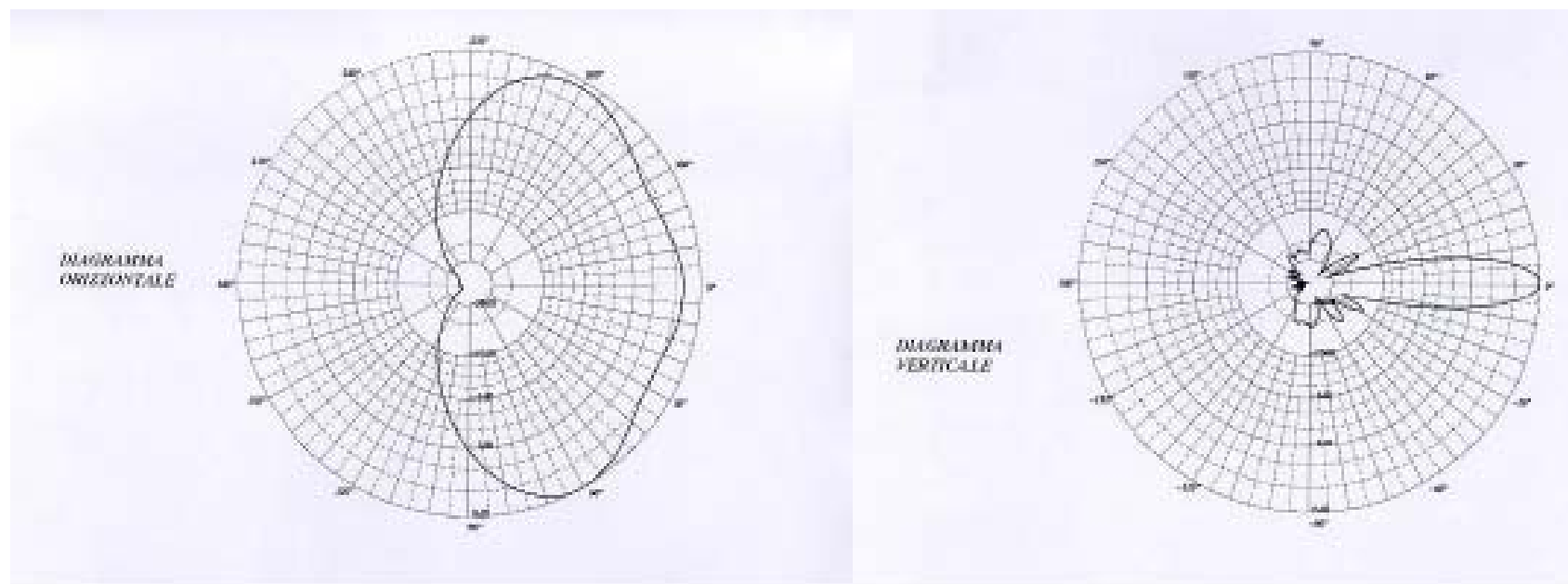
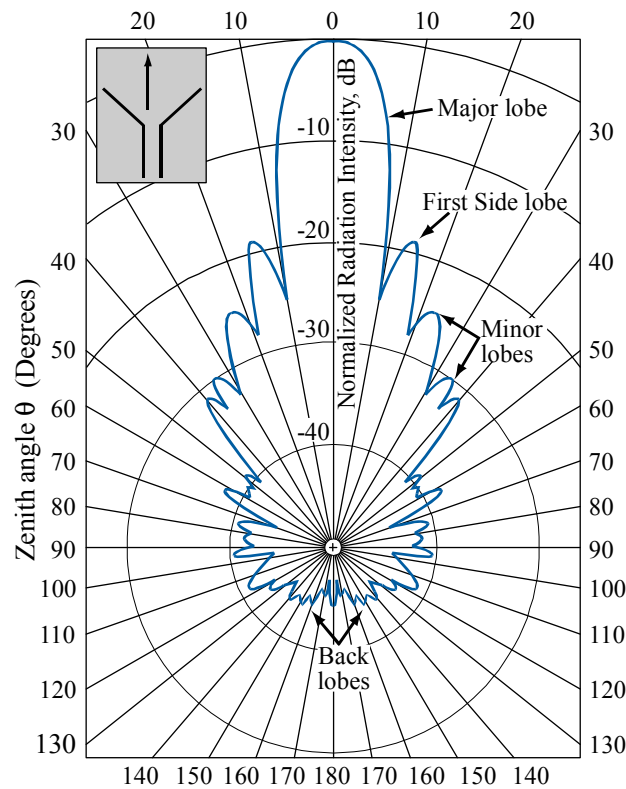


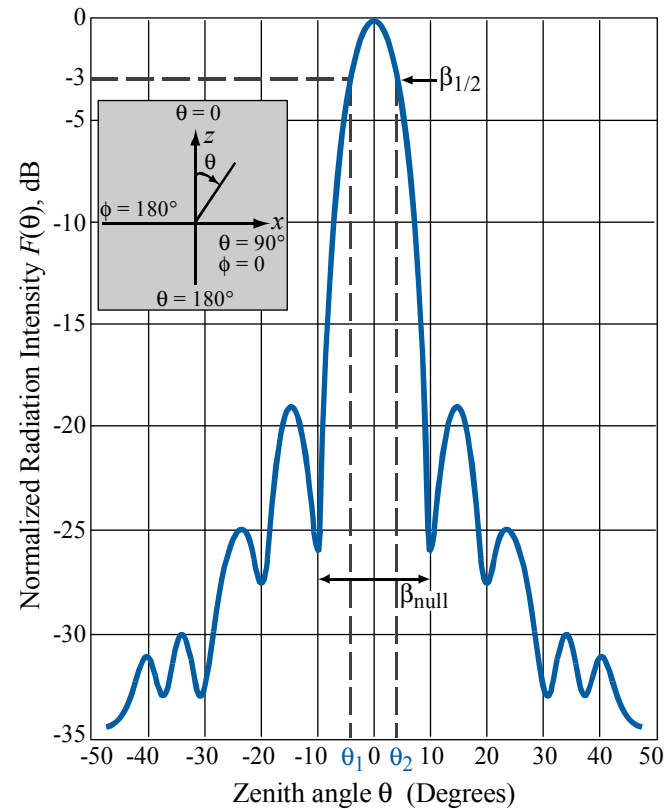
Figura: Esempi di diagramma di radiazione di una antenna in 2 piani principali.

# Esempi di diagramma di radiazione

Esempio di rappresentazione di diagramma di radiazione di un'antenna in forma polare (a) e rettangolare o cartesiana (b).

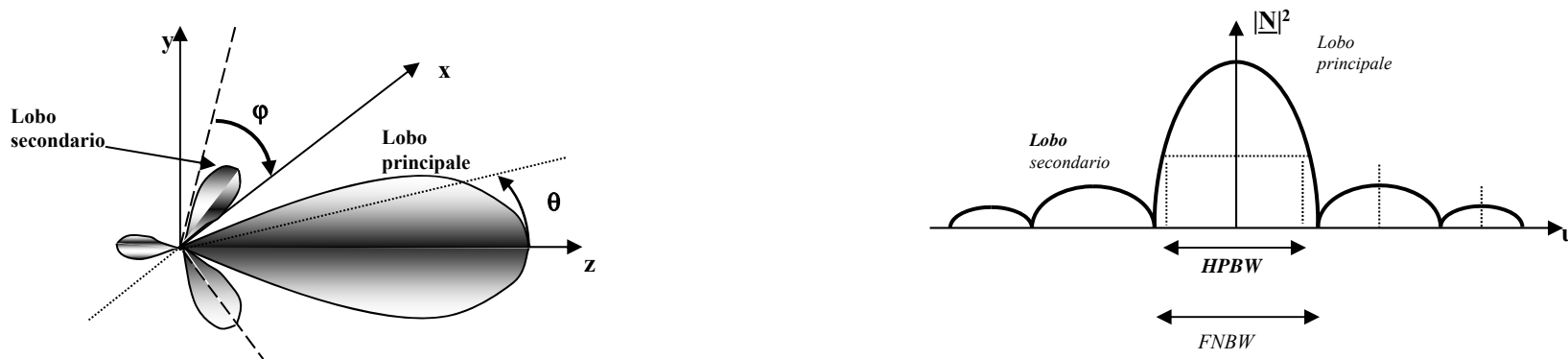


(a) Polar Diagram



(b) Rectangular Plot

# Ampiezza del lobo principale



- **Lobo principale** (“major lobe”): lobo di radiazione contenente la direzione del massimo di radiazione.
- **Lobo secondario** (“minor lobe”): ogni lobo di radiazione eccetto il principale.
- **Larghezza del fascio a metà potenza**: ampiezza angolare del lobo principale a metà potenza (a  $-3$  dB) (*Half Power Beam Width*, *HPBW* o  $\Theta_{3\text{dB}}$ ).
- **Larghezza del fascio al primo nullo**: ampiezza angolare del lobo principale tra i primi due nulli (*First Null Beam Width*, *FNBW* o  $\Theta_{\text{NN}}$ ).

# Direttività

---

- Radiatore isotropo: antenna che irradia in maniera uniforme in tutte le direzioni. La potenza irradiata da un tale tipo di antenna si distribuisce uniformemente su una sfera intorno all'antenna, per cui il modulo del vettore di Poynting su una sfera di raggio  $r$  è:

$$P_{iso} = W_{rad} / (4\pi r^2) \text{ [W/m}^2\text{]};$$

- Per un'antenna non isotropa, le proprietà di radiazione nelle varie direzioni dello spazio, sono descritte dalle funzioni **direttività**  $D(\theta, \varphi)$  e **guadagno**  $G(\theta, \varphi)$ .
- La **direttività**  $D(\theta, \varphi)$  di un'antenna rappresenta il rapporto tra la densità di potenza irradiata dall'antenna considerata e la densità di potenza irradiata da un'antenna isotropa:

$$D(\theta, \varphi) = \frac{P(r, \theta, \varphi)}{P_{iso}} = \frac{P(r, \theta, \varphi)}{W_{rad} / 4\pi r^2} = \frac{U(\theta, \varphi)}{W_{rad} / 4\pi}; \quad \text{Si dimostra che } \int \int_{4\pi} D d\Omega = 4\pi$$

- Sovente si fa riferimento alla **direttività massima**  $D_{max}$  espressa (in genere in dB) come

$$D_{max} = \frac{\max[P(r, \theta, \varphi)]}{W_T / 4\pi r^2} = \frac{\max[U(\theta, \varphi)]}{W_T / 4\pi}; \quad D(\theta, \varphi) = D_{max} D_n(\theta, \varphi)$$



# Efficienza e guadagno

---

- I materiali (conduttori e dielettrici) di cui sono costituite le antenne non sono perfetti e presentano delle perdite. A causa di tali perdite la potenza irradiata è inferiore a quella in ingresso all'antenna. *Il rapporto tra potenza irradiata e potenza in ingresso all'antenna è l'**efficienza di radiazione**  $\eta_r$ .*

- Il **guadagno** considera le perdite: 
$$G(\theta, \varphi) = \frac{P(r, \theta, \varphi)}{W_{in} / 4\pi r^2} = \frac{\eta_r P(r, \theta, \varphi)}{W_{rad} / 4\pi} = \eta_r D(\theta, \varphi)$$

Nelle antenne efficienti si ha  $\eta_r \approx 1$  per cui  $G \approx D$ .

- Analogamente alla direttività massima si può definire il guadagno massimo:

$$G_{\max} = \eta_r \frac{\max[P(r, \theta, \varphi)]}{W_{rad} / 4\pi r^2} = \eta_r \frac{\max[U(\theta, \varphi)]}{W_{rad} / 4\pi} = \eta_r D_{\max}; \quad G(\theta, \varphi) = G_{\max} G_n(\theta, \varphi)$$

- Le grandezze normalizzate descrivono come viene distribuita nello spazio la potenza irradiata, analogamente all'intensità del vettore di Poynting  $P_n$  ad una certa distanza (ossia fissato  $r$ )
- *Antenne ad elevato guadagno (o direttività) sono p.es. i riflettori parabolici. Antenne a guadagno medio sono p.es. le trombe. Antenne a basso guadagno sono p.es. i dipoli.*

# Polarizzazione

- La polarizzazione di un'antenna è lo stato di polarizzazione dell'onda e.m. irradiata dall'antenna in trasmissione. E' definita dal versore complesso  $\mathbf{p}_0(\theta, \varphi)$ .

Per quanto visto in precedenza:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\eta \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} [N_\theta(\theta, \varphi)\boldsymbol{\theta}_0 + N_\varphi(\theta, \varphi)\boldsymbol{\varphi}_0] =$$

$$= |\mathbf{E}| e^{-jkr} \mathbf{p}_0 = \frac{\eta}{2\lambda r} \sqrt{|N_\theta|^2 + |N_\varphi|^2} e^{-jkr} \mathbf{p}_0 \Rightarrow$$

$$\mathbf{p}_0(\theta, \varphi) = -j \frac{N_\theta(\theta, \varphi)\boldsymbol{\theta}_0 + N_\varphi(\theta, \varphi)\boldsymbol{\varphi}_0}{\sqrt{|N_\theta|^2 + |N_\varphi|^2}} = p_{0\theta}\boldsymbol{\theta}_0 + p_{0\varphi}\boldsymbol{\varphi}_0$$

La polarizzazione varia con la direzione di osservazione:  
 $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_0(\theta, \varphi)$

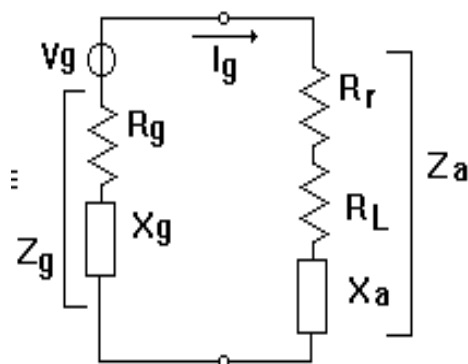
Vettore sinusoidale avente la stessa polarizzazione del campo elettrico. Come il campo elettrico,  $\mathbf{p}_0$  è trasversale rispetto alla direzione di propagazione

- L'antenna si dice a **polarizzazione lineare** se il campo elettrico prodotto è polarizzato linearmente lungo  $\boldsymbol{\varphi}_0$  ( $p_{0\theta}=0$ ) o  $\boldsymbol{\theta}_0$  ( $p_{0\varphi}=0$ ), oppure, più in generale, se  $p_{0\theta}$  e  $p_{0\varphi}$  sono in fase.
- L'antenna si dice a **polarizzazione circolare** se il campo elettrico prodotto è polarizzato circolarmente (destra o sinistra). Le componenti  $p_{0\theta}$  e  $p_{0\varphi}$  sono in quadratura (sfasate di  $\pi/2$ ) e di pari modulo.
- L'antenna si dice a **polarizzazione ellittica** se il campo elettrico prodotto è polarizzato ellitticamente.

# Impedenza d'ingresso

- E' possibile schematizzare l'antenna Tx attraverso un circuito serie equivalente (di Thevenin) a costanti concentrate che includa il *trasmettitore* con tensione a vuoto  $V_g$  e impedenza interna  $Z_g=R_g+jX_g$ .
- Il generatore vede l'antenna come un'impedenza  $Z_a$  (tipicamente pari a  $R_g=50 \Omega$ ).
- L'*impedenza d'ingresso d'antenna* è data da 3 termini:

$$Z_a=R_a+jX_a=R_r+R_L+jX_a.$$



$R_r$ : resistenza di radiazione: ovvero resistenza che “dissiperebbe” una potenza media attiva pari a quella effettivamente irradiata.

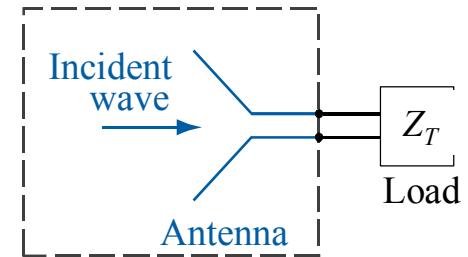
$R_L$ : resistenza di perdita dovuta alla dissipazione di potenza in calore.

$X_a$ : legata alla densità di energia del campo e.m. in prossimità dell'antenna.

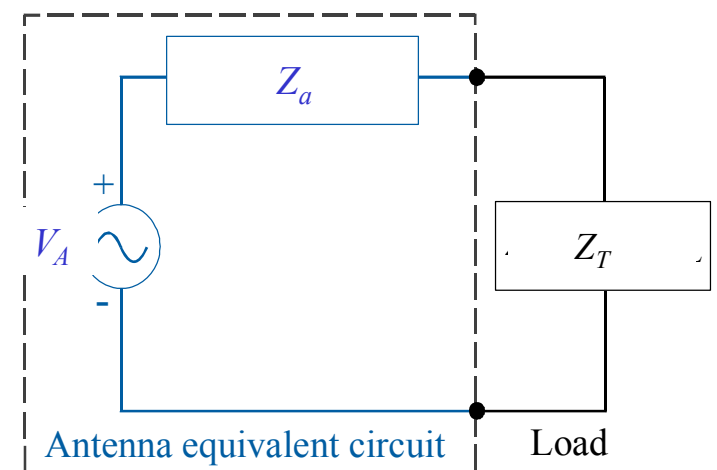
- In condizioni di massimo trasferimento di potenza tra il generatore e l'antenna, si ha:  $Z_a=Z_g^*$ .

# Area equivalente di un'antenna Rx

- Comportamento reciproco: l'antenna mostra lo stesso diagramma di radiazione sia in trasmissione che in ricezione.
- L'antenna in ricezione è caratterizzata dall'**area equivalente**:  $A_{eq}(\theta, \varphi) = W_r / P_i$  [m<sup>2</sup>];  
 $W_r$ : potenza ricevuta dall'antenna e disponibile per il carico, nella polarizzazione desiderata.  
 $P_i$ : densità di potenza incidente sull'antenna
- $A_{eq}$  caratterizza la capacità di un'antenna Rx di prelevare energia da un'onda incidente di densità di potenza  $P_i$  [W/m<sup>2</sup>] e di convertirla in potenza verso il carico.  $A_{eq} \leq A_{geometrica}$



(a) Receiving antenna



(b) Equivalent circuit

Il teorema di reciprocità permette di dimostrare che:

$$A_{eq}(\theta, \varphi) = (\lambda^2 / 4\pi) D(\theta, \varphi) \text{ ovvero } A_{eq}(\theta, \varphi) \eta_r = (\lambda^2 / 4\pi) G(\theta, \varphi)$$

a seconda che si considerino guadagno o direttività

*L'antenna riceve in modo massimo dalla direzione di puntamento*

**Massimo trasferimento di potenza** se:  $Z_a = Z_T^*$ .

# Area equivalente e lunghezza equivalente

- Nel caso di antenne lineari, invece dell'area equivalente si considera la lunghezza equivalente  $\mathbf{h}_e$ :

$$V_A = \mathbf{h}_e \cdot \mathbf{E}_i = h_e(\theta, \varphi) E_i \mathbf{p}_0(\theta, \varphi) \cdot \mathbf{p}_{0i}$$

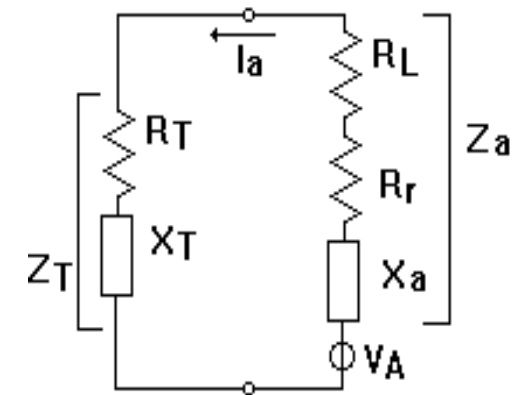
$\mathbf{E}_i$ : vettore campo incidente;  $V_A$ : tensione a vuoto (valore di picco) del circuito equivalente dell'antenna Rx.  $\mathbf{p}_{0i}$ : versore di  $\mathbf{E}_i$

Nel caso in cui l'antenna sia disposta in condizioni ottimali di ricezione rispetto alla polarizzazione dell'onda incidente (ad esempio, dipolo posto parallelamente al campo elettrico polarizzato linearmente), il prodotto scalare tra  $\mathbf{h}$  e  $\mathbf{E}_i$  è massimo  $\rightarrow$  Se  $h_e(\theta, \varphi)$  è il modulo (ampiezza) di  $\mathbf{h}_e$ :  $V_A = h_e(\theta, \varphi) |\mathbf{E}_i|$

$$W_r = \frac{|V_A|^2}{8R_a} \approx [\text{se trascuriamo le perdite}] \approx \frac{|V_A|^2}{8R_r}$$

- L'antenna opera una sorta di *filtraggio di polarizzazione*: si misura solo la componente di campo co-polarizzata
- Si dimostra che per un'antenna senza perdite ( $\eta_r \approx 1$ ) si ha:

$$A_{\text{eq}}(\theta, \varphi) = \frac{\eta |h_e(\theta, \varphi)|^2}{4R_r}$$



# Efficienza di polarizzazione

- Si definisce efficienza di polarizzazione:

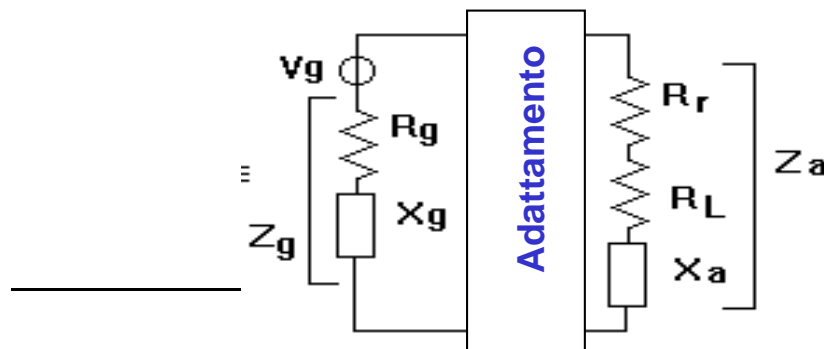
$$\eta_p = |\mathbf{p}_0(\theta, \varphi) \cdot \mathbf{p}_{0i}|^2$$

essa tiene conto del fatto che solo la parte di densità di potenza incidente trasportata dalla componente di campo elettrico co-polarizzata rispetto all'antenna viene captata da quest'ultima

- Si dimostra che  $\eta_p = 1$  se  $\mathbf{p}_{0i} = \mathbf{p}_0^* e^{j\Phi}$ , dove  $\Phi$  è una fase arbitraria. Se le antenne Tx e Rx sono entrambe dei dipoli,  $\eta_p = 1$  se i dipoli giacciono sullo stesso piano, mentre  $\eta_p = 0$  se giacciono su piani ortogonali.
- Tenendo conto di efficienza di polarizzazione e di perdita, si ha:

$$W_r = P_i A_{eq} \eta_r \eta_p$$

- N.B. Fino ad ora è stato assunto che generatore e antenna siano adattati. Poiché generalmente ciò non è vero si utilizzano reti di adattamento opportune.



L'*efficienza di adattamento* tiene conto del possibile disadattamento

$$\eta_m = 1 - \left| \frac{Z_a - Z_g}{Z_a + Z_g} \right|^2 = 1 - |\Gamma|^2$$

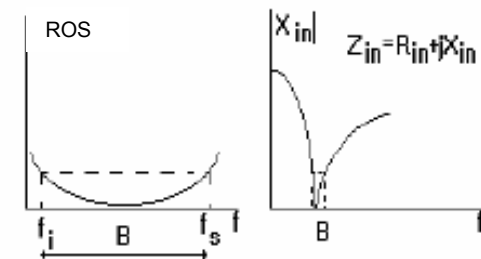
*diadiazione e.m.*

# Banda di frequenza

- La *larghezza di banda* è definita come l'Intervallo di frequenze in cui le prestazioni dell'antenna rispetto a certe caratteristiche soddisfano le specifiche richieste.
- Generalmente, per le caratteristiche si fa riferimento a:
  - *proprietà radiative* (ad es., ampiezza del lobo principale, direttività);
  - *caratteristiche di adattamento* al circuito rice-trasmittente (ad es.,  $ROS \leq 2$ ;  $X_a \cong 0$ ), come nell'esempio in figura in cui una *soglia sul rapporto d'onda stazionaria* [ $ROS = (1 + |\Gamma|) / (1 - |\Gamma|)$ ] o *reattanza di ingresso*  $|X_a|$  dell'antenna si traduce in un intervallo di frequenze di lavoro  $B$ .
- Se  $B = \Delta f = f_s - f_i$  con  $f_s$  frequenza superiore e  $f_i$  frequenza inferiore e se  $f_c$  è la frequenza centrale (di progetto) della banda, si definiscono i seguenti *indici di banda*:

Rapporto di banda:  $r_B \equiv f_s / f_i$  [adim]

Banda frazionale:  $B_{\%} = 100 \frac{(f_s - f_i)}{f_c}$  [adim]



Antenne a banda larga (p.es. *log-periodiche*):  $r_B > 2$  &  $B_{\%} > 60\%$ . Antenne a banda stretta (p.es. *microstriscie*):  $r_B < 1.2$  &  $B_{\%} < 10\%$ .